**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS**

**Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais**

**MONOGRAFIA**

# Planejamento de Longo Prazo: Comparação entre Métodos Estimativos e de Definição da Cava Final com Abordagem em Diferentes Formas de Sequenciamento

**Alunas: Ana Luiza Medeiros Moreira**

**Bárbara Isabela da Silva Campos**

**Orientador: Prof. Pedro Henrique Alves Campos**

**Junho 2019**

# Sumário

**1. Introdução** ..... **1**

**2. Objetivos** ..... **4**

**2.2. Objetivos Gerais** ..... **4**

**2.3. Objetivos Específicos** ..... **4**

**3. Revisão Bibliográfica** ..... **5**

**3.1. Considerações Iniciais** ..... **5**

**3.2. Informação Geológica** ..... **6**

3.2.1. Compositagem ..... 6

3.2.2 Modelo de Blocos ..... 7

3.2.2. Valor Econômico de Bloco ..... 9

**3.3. Método do Inverso do Quadrado da Distância** ..... **12**

**3.4 Geoestatística** ..... **13**

3.4.1. Teoria das Variáveis Regionalizadas ..... 14

3.4.2. Análise Estrutural ..... 16

3.3.3. Krigagem ..... 21

**3.4. Otimização de Cava** ..... **24**

3.4.1. Cones Flutuantes ..... 24

3.4.2. Algoritmo de Lerchs-Grossmann 2D ..... 26

3.4.3. Algoritmo de Lerchs-Grossmann 3D ..... 30

**3.5. Sequenciamento de Lavra** ..... **34**

**4. Metodologia e Desenvolvimento** ..... **39**

**4.1 Informações do Depósito** ..... **39**

**4.2 Definição de Cavas por Cones Flutuantes** ..... **41**

4.2.1 Localização dos Furos de Sondagem ..... 41

4.2.2 Compositagem ..... 42

4.2.3 Variograma ..... 43

4.2.4 Modelo de Blocos ..... 46

4.2.5 Estimativas por IQD e Krigagem ..... 47

4.2.6 Valor Econômico de Blocos ..... 48

4.2.7 Cavas por Cones Flutuantes ..... 49

**4.3. Definição de Cavas por Lerchs-Grossmann ..... 51**

4.3.1. Definição de Cavas Aninhadas ..... 51

4.3.2. Sequenciamento Tradicional ..... 55

4.3.1. Sequenciamento Direto de Blocos (SDB) ..... 57

**5. Resultados e Discussões ..... 60**

**6. Conclusão ..... 66**

**Referências Bibliográficas ..... 67**

# Lista de Figuras

*Figura 1 - Exemplo de composição de amostras.*

*Figura 2 – Corpo mineral representado por modelo de blocos.*

*Figura 3 - Discretização do modelo de blocos.*

*Figura 4 - Modelo de blocos com topografia e geologia.*

*Figura 5 - Aspecto Aleatório e Estruturado de uma Variável.*

*Figura 6 - Relação entre o semivariograma e a covariância sob a condição de estacionaridade.*

*Figura 7- Síntese das características estruturais de um Variograma.*

*Figura 8 – Propriedades de um Semivariograma.*

*Figura 9 – O vértice de cone encontra o bloco positivo na linha 1, que é removido.*

*Figura 10 - Ao encontrar o bloco positivo na segunda linha, soma-se os valores dos blocos do cone. Se positivo, os blocos são removidos. Caso contrário são deixados e o vértice de cone segue até o próximo bloco positivo.*

*Figura 11 - Após percorrer todas as linhas, todos os blocos que atendem as especificações são removidos.*

*Figura 12 - Configuração geométrica do corpo mineral.*

*Figura 13 - Atribuição de valores aos blocos de minério e estéril.*

*Figura 14 - Valor econômico final de blocos.*

*Figura 15 - Soma cumulativa por colunas.*

*Figura 16 - Procedimento para definir o máximo valor cumulativo e maximizar a direção*

*Figura 17 - Procedimento até a coluna 7.*

*Figura 18 - Procedimento ao longo de toda a seção.*

*Figura 19 - Determinação da cava ótima.*

*Figura 20 - Limite otimizado superposto ao modelo de blocos.*

*Figura 21 - Modelo de blocos bidimensional.*

*Figura 22 - A partir de uma raiz imaginária, na linha 1, são criados e classificados os arcos estruturais.*

*Figura 23 – Os arcos fortes da linha são, então, removidos.*

*Figura 24 - O procedimento se repete para a linha seguinte.*

*Figura 25 – É necessário garantir que todos os arcos fortes estejam ligados à raiz $X_0$.*

*Figura 26 - Os mesmos procedimentos são realizados na linha 3.*

*Figura 27 - Cava ótima.*

*Figura 28 - Fluxograma da metodologia geral de um planejamento de lavra.*

*Figura 29 – Lavra usando Sequenciamento do tipo "Worst Case".*

*Figura 30 – Lavra usando Sequenciamento do tipo "Best Case".*

*Figura 31 – Exemplo de modelo de blocos com diferentes VPL, de acordo com o sequenciamento escolhido.*

*Figura 32: Mapa com a localização de Radomiro Tomic.*

*Figura 33: Visão em satélite das minas de Chuquicamata e Radomiro Tomic.*

*Figura 34 - Localização das Sondagens em Planta.*

*Figura 35: Variograma nas direções 0 e 45.*

*Figura 36: Variograma nas direções 90 e 135.*

*Figura 37: Variograma na direção 180.*

*Figura 38 – Modelo de Blocos definido com utilização do método de estimativa clássico, IQD.*
*Figura 39 – Modelo de Blocos definido com a utilização do método geoestatístico de Krigagem Ordinária.*
*Figura 40 – Exemplo de uma seção do modelo de blocos por IQD após aplicação da técnica de Cones Flutuantes*
*Figura 41 – Exemplo de uma seção do modelo de blocos por Krigagem após aplicação da técnica de Cones Flutuantes.*
*Figura 42 – Sólido retirado da cava final definida por meio da técnica de Cones Flutuantes a partir do método de IQD.*
*Figura 43 – Sólido retirado da cava final definida por meio da técnica de Cones Flutuantes a partir do método de Krigagem.*
*Figura 44 – Cavas aninhadas definidas pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pelo método de IQD.*
*Figura 45 – Sólido que representa os blocos que serão extraídos da mina considerando as cavas aninhadas obtidas pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pelo método de IQD.*
*Figura 46 – Cava final definida pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pelo método de IQD.*
*Figura 47 – Cavas aninhadas definidas pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pelo método de Krigagem.*
*Figura 48 – Sólido que representa os blocos que serão extraídos da mina considerando as cavas aninhadas obtidas pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pelo método de Krigagem.*
*Figura 49 – Cava final definida pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pelo método de Krigagem.*
*Figura 50: "Worst Case" definido pelo método de Krigagem.*
*Figura 51: "Worst Case" definido pelo método de IQD.*
*Figura 52: "Best Case" definido pelo método de Krigagem.*
*Figura 53: "Best Case" definido pelo método de IQD.*
*Figura 54: SDB definido pelo método de Krigagem.*
*Figura 56 – Cava final definida pelo SDB pelo método de Krigagem.*
*Figura 57: SDB definido pelo método de IQD.*
*Figura 58 – Sólido que representa os blocos que serão extraídos de acordo com o SDB pelo método de IQD.*
*Figura 59 – Cava final definida pelo SDB pelo método de IQD.*
*Figura 60 – Gráfico de produção anual da mina a partir do agendamento por SDB pelo método de IQD.*
*Figura 61 – Gráfico de produção anual da mina a partir do agendamento por SDB pelo método de Krigagem.*
*Figura 62 – Gráfico de produção anual da mina a partir do "Worst Case" pelo método de Krigagem.*
*Figura 63 – Gráfico de produção anual da mina a partir do "Worst Case" pelo método de IQD.*
*Figura 64 – Gráfico de produção anual da mina a partir do "Best Case" pelo método de Krigagem.*
*Figura 65 – Gráfico de produção anual da mina a partir do "Best Case" pelo método de IQD.*

# Lista de Tabelas

*Tabela 01 - Características do Depósito*

*Tabela 02 - Parâmetros utilizados no cálculo das compósites.*

*Tabela 03 – Dados utilizados elaboração do Variograma*

*Tabela 04 - Parâmetros do Modelo de Blocos.*

*Tabela 05 – Parâmetros para estimação do comportamento dos teores por Krigagem.*

*Tabela 06 - Dados utilizados para o cálculo da função benefício de cada bloco.*

*Tabela 07 – Valores finais de Cava*

*Tabela 08 – Valor Presente Líquido das Cavas após Sequenciamento*

*Tabela 09 – Vida útil do empreendimento com base nos tipos de sequenciamento e estimativas*

# Resumo

O Planejamento de Lavra bem elaborado é essencial para o sucesso de um empreendimento mineiro. A longo prazo, deseja-se determinar a cava final da mina, sendo este o objetivo do presente trabalho, em que são comparados diferentes métodos para se definir o melhor resultado econômico. A partir de uma base de dados de um depósito de cobre conhecido, utilizaram-se dois métodos estimativos para os teores do mineral, sendo eles o modelo Geoestatístico, usando Krigagem Ordinária, e o Inverso do Quadrado da Distância. Para cada um deles, foram definidas três cavas, por meio do algoritmo de Cones Flutuantes, algoritmo de Lerchs-Grossmann e Sequenciamento Direto de Blocos (SDB). Os testes e análises mostraram que o método de Lerchs-Grossmann, utilizando a estimativa por Krigagem, apresenta resultados melhores que aqueles obtidos por meio das estimativas por Inverso do Quadrado da Distância (IQD) e pelo algoritmo de cones flutuantes. O SDB apresentou a melhor resposta financeira entre os métodos utilizados. Os resultados foram obtidos com a utilização de softwares específicos.

Palavras-chave: planejamento de lavra, cava final, estimativa, sequenciamento.

# Abstract

Elaborating a proper mine-planning is a crucial stage to define the success of a mining project. In the long-term it is desired to define the final pit of the mine, and this is the objective of the present paper, in which different methods were compared to get to the best economic result. Out of a database from a known copper deposit, two main methods were used to describe the behavior of the mineral grade. The methods used were the Geostatistical model, using Ordinary Kriging, and the Inverse Distance Squared (IDS). Each one of them defined three pits using, respectively, Floating Cones algorithm, Lerchs-Grossmann algorithm and Direct Block Scheduling (DBS). The tests and their analysis showed that the Lerchs-Grossmann algorithm using the Ordinary Kriging estimation presents better results than those obtained from the IDS method and those using the Floating Cones algorithm. DBS returned the best economic results among the used methods. All the results were obtained using specific software for each case.



Keywords: mine planning, final pit, estimation, scheduling.

# 1. Introdução

A Engenharia de Minas é dividida didaticamente em quatro grandes áreas principais, as quais seguem da seguinte forma: pesquisa mineral, responsável pelas fases de prospecção e exploração, lavra, que compreende a explotação do minério, beneficiamento, em que é realizada a concentração mineral, e fechamento, onde os usos futuros das áreas transformadas serão consolidadas.

O presente trabalho irá tratar da fase que antecede a segunda dessas áreas, tendo sido feita uma avaliação do depósito, além de estudos associados ao Planejamento de Lavra, mais precisamente ao que é conhecido como Planejamento Estratégico, uma das vertentes dessa etapa do empreendimento mineiro.

O conceito de planejamento estratégico está associado ao planejamento de longo prazo, sendo que, apesar da necessidade de ser atualizado de maneira periódica, sua definição é baseada em toda a vida útil da mina.

Segundo Flores (2008), no planejamento estratégico busca-se determinar a geometria final de uma cava, de modo a se obter o maior lucro possível, melhorando a capacidade de extração mineral e diminuindo os gastos, sempre levando em consideração as questões ambientais, operacionais e de segurança. Algumas metodologias são aplicadas para a obtenção da geometria final de cava, sendo que as duas mais utilizadas, segundo o mesmo, são a técnica de Cones Flutuantes e o algoritmo de Lerchs-Grossmann (ALG). Ambos fornecem uma cava final segundo as restrições econômicas e geométricas determinadas, porém cada uma dessas metodologias apresenta sua particularidade. A Técnica de Cone Flutuantes leva em conta as características geomecânicas e físicas, sem se preocupar com a maximização do valor final do empreendimento. Já o ALG apresenta como resultado uma cava ótima, pois busca sempre a maximização econômica do empreendimento.

Uma vez definida a geometria final da cava é necessário desenvolver programas de produção de longo, médio e curto prazo. O programa de produção pode ser definido, mais especificamente, como a sequência na qual os blocos deveriam ser removidos da cava, respeitando as diferentes restrições (FLORES, 2008). Para a realização deste sequenciamento, algumas metodologias podem ser aplicadas, como o Sequenciamento

Tradicional e o Sequenciamento Direto de Blocos (SDB). O Sequenciamento Tradicional é realizado a partir de bancadas ou de *"pushbacks"* que direcionam a maneira como os blocos devem ser lavrados, respeitando tais restrições. Por outro lado, o SDB determina quais blocos e em quais períodos eles serão lavrados sem levar em considerações restrições geométricas. De acordo com Campos (2017), apesar de este método ser teoricamente melhor, ele apresenta uma elevada complexidade computacional para resolução de grandes problemas matemáticos.

Para que seja feita a definição da cava e, consequentemente, sejam desenvolvidos os planos de produção da mina, é necessário que seja criado um modelo de blocos, o qual está associado ao modelo geológico do corpo mineral estudado. Dessa forma, é de grande importância que se faça uma interpretação adequada dos resultados obtidos a partir dos furos de sondagem, garantindo, assim, que seja feita uma avaliação do projeto que esteja mais próxima da realidade, apesar de todas as incertezas envolvidas em um empreendimento mineiro.

Existem diversos métodos para se avaliar uma jazida mineral, sendo eles classificados por Curi (2014) em três tipos: métodos clássicos, métodos estatísticos e métodos geoestatísticos. Neste trabalho serão usadas duas metodologias para realizar a estimativa de um depósito mineral: a Krigagem e o Inverso do Quadrado das Distância (IQD). O primeiro é um método geoestatístico que determina valores em locais não amostrados a partir de dados experimentais e sua correlação espacial. Por outro lado, o IQD é um método clássico do tipo linear, onde o peso de uma amostra é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre o ponto estimado e a amostra.

Calaes (2006, *apud* Curi, 2014) destaca características relevantes da indústria mineral, as quais tornam as fases de avaliação e planejamento do projeto ainda mais importantes sob o ponto de vista econômico:

- Alto risco na fase de exploração mineral;
- Longo prazo de maturação dos investimentos;
- Rigidez locacional;
- Especificidade tecnológica;
- Exaustão.

Sendo assim, o processo de tomada de decisão sobre o investimento neste tipo de empreendimento deve passar por diversas fases, levando em consideração a complexidade associada às operações de recuperação mineral. (PINTO; DUTRA, 2008)

# 2. Objetivos

## 2.2. Objetivos Gerais

O objetivo do presente trabalho é definir os limites finais de cava de uma mina de cobre à céu aberto, partindo de dados de sondagem, além de se realizar o sequenciamento de lavra, a fim de se comparar os resultados obtidos por diferentes metodologias e analisá-los economicamente.

## 2.3. Objetivos Específicos

- Fazer uso de métodos clássicos e ferramentas geoestatísticas para estimar os recursos minerais e definir o modelo de blocos a partir de dados de sondagens;
- Definir a geometria final de cava por meio da técnica de Cones Flutuantes e do Algoritmo de Lerchs-Grossmann;
- Realizar o sequenciamento das cavas matemáticas obtidas por sequenciamento tradicional e Sequenciamento Direto de Blocos;
- Comparar os resultados obtidos em cada um dos métodos e sequenciamentos.

# 3. Revisão Bibliográfica

## 3.1. Considerações Iniciais

O planejamento de lavra de uma mina a céu aberto deve considerar três fatores principais: fatores naturais e geológicos, associados às características geológicas, mineralógicas, metalúrgicas e topográficas; fatores econômicos, baseados nos teores e volumes de minério, nos custos operacionais e de produção, e nas questões de mercado; e os fatores tecnológicos, relacionados com os equipamentos, os ângulos de talude e altura de bancadas, entre outros. (PINTO; DUTRA, 2008)

Candido (2012) explica a importância da precisão dos dados de sondagem e amostragem e, principalmente, de uma escolha adequada do método de estimativa de teores para que se obtenha um planejamento bem-sucedido. É a partir desses dados que será criado o modelo de blocos, o qual, após uma discretização e avaliação econômica, representará a base dos processos computacionais associados à otimização da cava.

A partir da cava ótima é definido o futuro do empreendimento, sendo organizados os planos de produção esperados com base em tempos variáveis, que definem os planejamentos de curto, médio e longo prazo. É também com base na cava obtida pelos diversos algoritmos de otimização que se realiza as análises de risco e sensibilidade do empreendimento, além de se definir os parâmetros operacionais do projeto.

## 3.2. Informação Geológica

O modelo geológico de um depósito pode ser considerado uma base de dados onde estão contidas informações diversas a respeito do minério e do estéril, como, por exemplo, seus teores e as litologias em que estão situados.

Com base nesses dados é criado um modelo de blocos, definido por Curi (2014) como um paralelepípedo envolvendo toda a área de interesse, representando tanto o minério quanto o estéril que compõe sua encaixante. Esse paralelepípedo é o domínio global, o qual pode ser discretizado em blocos menores.

Sendo assim, considerando os aspectos econômicos associados à explotação de determinado minério, a fase de lavra é responsável pelo aproveitamento adequado dos blocos, estipulando um teor de corte a partir das informações obtidas pelo modelo geológico, de forma a se definir quais blocos serão ou não lavrados. Com isso, verifica-se que, pelos fatores citados, o corpo geológico não será removido em sua totalidade.

### 3.2.1. Compositagem

As amostras individuais dos furos de sonda podem variar em tamanho, assim se faz necessário realizar a regularização destes tamanhos. A homogeneização do suporte de dados é necessária para a estimativa a fim de se obter um suporte amostral constante (ROSSI; DEUTSCH, 2014 *apud* SILVA, 2016).

Segundo Curi (2014), o processo de composição busca regularizar amostras de furo de sondagem de diferentes comprimentos, aos quais estão associadas informações obtidas em laboratório. Essa normatização dos dados permite que eles sejam correlacionados, facilitando sua interpretação.

Rossi e Deutsch, (2014, *apud* Silva, 2016) explicam que há dois métodos para se realizar o processo de regularização das amostras, sendo elas o método por bancadas e o método *down-the-hole.* O primeiro é definido com base nas cotas superiores e inferiores de cada bancada, sendo que a cota média é tomada como um centroide da composição. Já o método *down-the-hole* é realizado a partir da boca do furo, sendo os comprimentos das composições sempre iguais.

Para calcular a composição é feita uma média ponderada dos valores obtidos pelos ensaios laboratoriais, de forma que o resultado seja representativo para os comprimentos (compósites) regulares estabelecidos. Um exemplo do processo é mostrado na Figura 1.

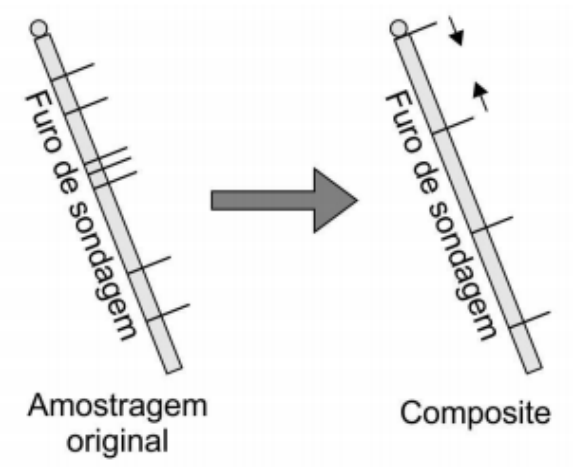



Figura 1 - Exemplo de composição de amostras. Fonte: Silva, 2016

### 3.2.2 Modelo de Blocos

Johnson (1968, *apud* Campos, 2017) explica que a utilização de blocos na representação de operações mineiras é bastante adequada, pois, considerando o padrão retangular da operação de desmonte e o carregamento progressivo do material de um banco para o transporte, a metodologia se torna bem precisa.

A base para a construção do modelo de blocos é a interpretação geológica, a partir da qual se cria um modelo em 3D a partir das informações obtidas pela pesquisa mineral. A partir disso, é possível que sejam delimitados os limites dos corpos geológicos e suas fronteiras no espaço (DARLING, 2011 *apud* CAMPOS, 2017).

Campos (2017) explica que, após a interpretação geológica, é realizada a divisão do corpo em blocos regulares, aos quais são atribuídas determinadas características, como teor e densidade e, posteriormente, é feita a valoração de cada um destes blocos. A Figura 2, mostra como é feita a representação de um corpo mineral em um modelo de blocos.

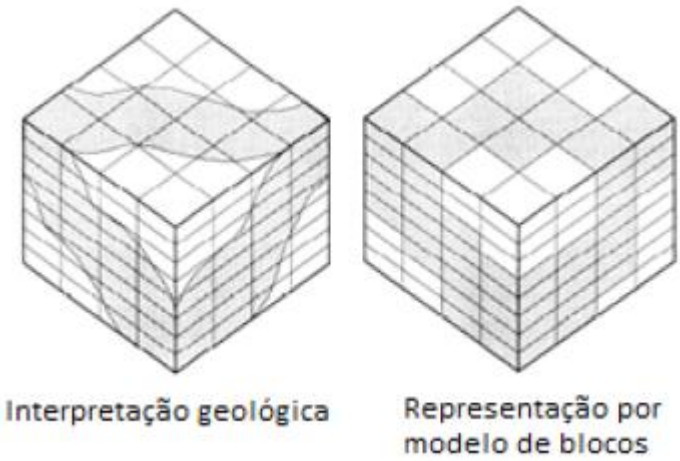



Figura 2 – Corpo mineral representado por modelo de blocos (adaptado de HARTMAN, 1992 *apud* CAMPOS, 2017)

Pinto e Dutra (2008) afirmam que, para se dimensionar um bloco unitário deve-se considerar as informações disponíveis para a estimação das variáveis de interesse e as características de mineralização. Dessa forma, para determinada quantidade de informações, "quanto menor for o tamanho do bloco, maior será o erro na estimação do bloco e, consequentemente, menor será a confiabilidade do modelo". Essa afirmação é explicada por Johnson (1968, *apud* Campos, 2017), que afirma que blocos muito pequenos não são realistas, já que suas características dependem de informações dos furos de sonda, os quais podem estar espaçados em até 300 metros. A Figura 3 mostra um desenho esquemático de discretização de um modelo de blocos.

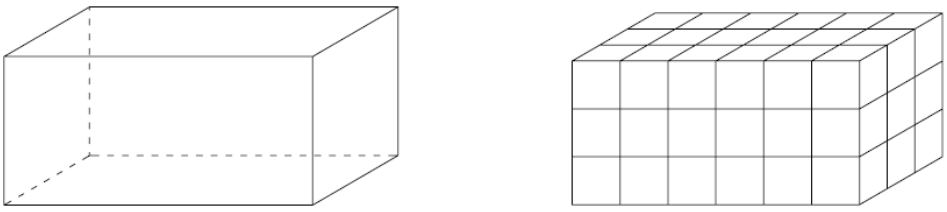


Figura 3 - Discretização do modelo de blocos. Fonte: Pinto e Dutra (2008).

Pode-se atribuir valores aos blocos com base em técnicas de interpolação. Pinto e Dutra (2008) listam três delas:

- Método geostatístico usando Krigagem;
- Método dos polígonos;

- Inverso da potência da distância.

A Figura 4 é um exemplo de um modelo de blocos com topografia e geologia.

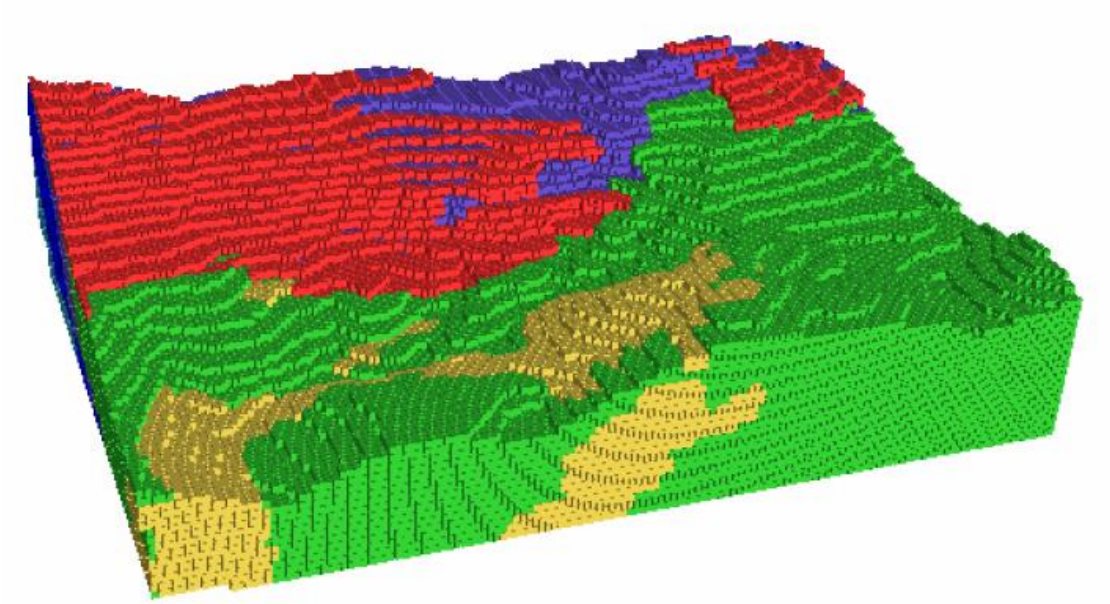


Figura 4 - Modelo de blocos com topografia e geologia. Fonte: Pinto e Dutra (2008).

### 3.2.2. Valor Econômico de Bloco

O processo de otimização da cava busca definir as características adequadas à sua geometria final de modo a maximizar o seu valor total. Dessa forma, é necessário selecionar os blocos que, quando somados, forneçam a melhor opção econômica. Para se calcular o valor de um bloco consideram-se as seguintes variáveis:

- Receita (R): valor da porção recuperável e vendável do bloco;
- Custos Diretos (CD): custos que podem ser atribuídos diretamente ao bloco;
- Custos Indiretos (CI): custos totais que não podem ser atribuídos individualmente a cada bloco. (PINTO; DUTRA, 2008)

A partir desses parâmetros é possível calcular o Valor Econômico do Bloco (VEB) e o lucro associado à soma dos valores individuais de cada um deles.

$$VEB = R - CD \qquad \textit{Equação 1}$$

$$Lucro = \sum VEB - CI \qquad \textit{Equação 2}$$

Com base nesses cálculos e nos fatores de restrição associados à lavra, define-se qual a soma de blocos será responsável pela maximização do valor da cava final.

#### 3.2.2.1. Receita Mineral

Changanane (2017) define as receitas minerais como o elemento mais importante na obtenção de lucros em um empreendimento mineral, estando associadas à venda das *commodities* minerais.

As receitas estão, então, ligadas ao preço de venda dos minerais de interesse. Silva (2016) cita, ainda, outros fatores importantes na definição desta receita, sendo eles o teor e a recuperação do mineral. Birch (2015, *apud* Silva, 2016) define a equação da receita unitária do mineral da seguinte forma:

$$R_u = g \times r \times p \qquad \textit{Equação 3}$$

onde,

$R_u$ = receita unitária

g = teor do mineral (g/t)

r = recuperação do metal (%)

p = preço de venda do mineral ($/g)

Para se definir a receita associada a um bloco, deve-se, então, multiplicar a sua tonelagem pela receita unitária do mineral.

#### 3.2.2.2. Custos Diretos

Arrigo (2012) define alguns parâmetros essenciais para a estimativa dos custos diretos, sendo eles:

- Produtividade nas diferentes operações em função do equipamento utilizado, das condições da mina e da escala de produção;

- Custos associados à mão de obra;
- Método de lavra aplicado;
- Processamento do minério;
- Descomissionamento da área.

Sendo assim, Arrigo (2012) considera que os custos diretos estão diretamente associados à produção da mina, como mão de obra da produção, energia, água, lubrificantes, explosivos, peças de reposição etc. Curi (2014) exemplifica alguns outros elementos classificados como custos diretos, sendo eles os custos de perfuração, desmonte, carregamento e transporte.

#### 3.2.2.2. Custos Indiretos e Gerais

Segundo Arrigo (2012) os custos indiretos e gerais são estimados como uma fração dos diferentes custos classificados como diretos. Uma estimativa aproximada seria de:

- 2 a 5% dos custos de materiais para manutenção e reparos;
- 10 a 30% dos custos diretos para os custos indiretos;
- 2% do faturamento para os custos gerais.

Dessa forma, Arrigo (2012) explica que os custos indiretos e gerais não são dependentes da produção, como mão de obra em serviços administrativos, seguros, despesas com escritório, custos de pesquisa e manutenção, etc.

## 3.3. Método do Inverso do Quadrado da Distância

O Inverso do Quadrado das Distância (IQD) é um método de estimativa clássica do tipo linear. Almeida (2015) define o método como um interpolador linear, onde o ponderador de uma informação associado a uma amostra é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre o ponto estimado e a amostra, ou seja, nesse caso a proximidade das amostras determina o grau de influência que ela exercerá na estimativa. Trata-se de um método rápido e com baixo custo computacional (MAZZINI; SCHETTINI, 2009).

IQD é um método muito utilizado quando não é possível a obtenção de variogramas, ou seja, são utilizados quando, de alguma maneira, os métodos geoestatísticos não apresentam resultados adequados.

A equação 4 é a equação matemática utilizada nesse método.

$$Xp = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{di^2} * Xi\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{di^2}\right)} \qquad \textit{Equação 4}$$

Sendo: $Xp$ = variável a ser interpolada

$di$ = distância euclidiana entre o i-esímo ponto amostrado e o ponto da vizinhança.

$Xi$ = valor da i-ésima localidade vizinha

De acordo com Mazzini e Schettini (2009), o peso estipulado para cada dado pode ser pré-determinado por quem deseja realizar a estimativa. Contudo, deve-se levar em conta que quanto maior o peso, menor será a influência dos dados mais distantes do ponto a ser estimado, sendo o inverso também uma verdade.

## 3.4 Geoestatística

Todo empreendimento mineral traz consigo elevados graus de incerteza de sucesso e grandes investimentos monetários e, devido a isso, é comum a busca de melhores modelos de estimativa para que um maior grau de certeza nas avaliações e nas posteriores tomadas de decisões seja atingido. De acordo com Silva (2011) A Geoestatística surgiu da necessidade de melhorar as estimas de recursos e reservas, tornando os cálculos teóricos mais próximos ainda da realidade do depósito mineral. Ainda segundo o mesmo autor, ela se baseia num modelo matemático teórico robusto, mas que na prática necessita de aproximações e hipóteses, o que leva a um modelo que não pode ser caracterizado como "estático". Portanto, cada situação precisa de uma análise individual e detalhada que permita sua aplicação no modelo teórico, ou seja, é um método que necessita de alinhamento entre o conhecimento teórico e a experiência do Geólogo ou do Engenheiro de Minas envolvido no projeto.

As primeiras tentativas de criação de um método de estimativa que se difere da Estatística Clássica surgiram na década de 50, com os estudos realizados em minas de ouro sul africanas por Daniel Krige, onde foi proposta pela primeira vez a existência de correlação espacial entre as amostras e influência do tamanho dos suportes. Contudo, pode-se dizer que os estudos geoestatísticos tiveram início na década de 60, quando o engenheiro francês Georges Matheron propôs pela primeira vez a aplicação de Variáveis Regionalizadas para a avaliação de depósitos minerais. Todos esses estudos tiveram como objetivo principal melhorar as estimativas de bens minerais, a fim de obter mais segurança na decisão de explotá-lo ou não.

Silva (2011) afirma que, a Geoestatística trata-se de um modelo probabilístico onde todas as variáveis são consideradas regionalizadas, isto é, a posição espacial de cada observação deve ser levada em conta na realização da análise estimativa, pois a relação espacial entre elas apresenta grande importância na estimativa final. Isso indica que, todos os dados serão analisados duas vezes, tanto para estimativa de locais não amostrados, quanto para autocorrelação espacial das amostras.

O modelo criado pela Geostatística tem como objetivo buscar padrões espaciais e fornecer informações sobre a análise estrutural, krigagem, variância da krigagem e a variância da dispersão, ou seja, procura informar a variabilidade e a continuidade do

depósito, estimar valores em locais não amostrados e a apresentar a incerteza associada ao método adotado. Esse modelo de estimativa apresenta várias vantagens quando comparado aos métodos clássicos e convencionais adotados para avaliação de depósito, dentre elas podemos citar: apresentar o estudo da variabilidade espacial, determinar a anisotropia do depósito, fornecer a redundância entre as informações e a exatidão, considerar a correlação entre as amostras e fornecer a menor variância de estimativa possível. Além disso, leva em consideração no momento da análise da disposição das amostras, o tamanho, a forma e a orientação das amostras e blocos.

### 3.4.1. Teoria das Variáveis Regionalizadas

Estimar valores de uma variável em uma região não amostrada, usando pontos anteriormente amostrados, requer um modelo que seja capaz de prever as características físico-químicas envolvidas no processo de formação daquele corpo mineral. Em alguns casos, existem informações suficientes sobre tais processos, o que permite a confecção de um modelo bastante fiel ao natural. Contudo, na maioria dos casos, a formação de um depósito é, na verdade, uma mistura de inúmeros processos físico-químicos que ocorreram num grande espaço de tempo, o que torna muito difícil a elaboração de um modelo que consiga descrevê-lo quantitativamente.

Devido a essa complexidade na formação dos depósitos, esses fenômenos são tratados como aleatórios. Tal fato, levou a criação de um dos fundamentos da Geoestatística: a Teoria das Variáveis Regionalizadas, desenvolvida na década de 70 por Matheron. Segundo Druck (2002), a variável regionalizada é uma grandeza que varia no tempo ou no espaço, sendo associada aos processos estocásticos por meio de uma função aleatória.

Silva (2011) afirma que a Teoria das Variáveis Regionalizadas é o principal suporte para um processo de estimativa de recursos minerais e que se baseia em modelos de probabilidades, considerando que variáveis são realizações únicas de funções aleatórias, ou seja, a função aleatória torna-se caracterizada pela autocorrelação entre os valores.

Matheron definiu variáveis regionalizadas da seguinte maneira:

> "*Variável Regionalizada é conceituada como uma função a qual possui um valor definido em cada ponto do espaço, e possui as seguintes características qualitativas: (i) é "localizada", ou seja, suas variações ocorrem dentro de um espaço/volume mineralizado; (ii) mostra uma continuidade moderadamente estável em sua variação espacial, a qual pode ser expressa através dos desvios entre teores de duas amostras vizinhas, e; (iii) apresenta diferentes tipos de anisotropia, de tal forma que há direções preferenciais onde teores não variam significativamente, enquanto outras variam rapidamente ao longo de uma seção*." (MATHERON, 1963).

Ainda segundo Matheron (1971), uma variável regionalizada apresenta duas características contraditórias em sua essência. Ela apresenta uma característica aleatória, devido à sua imprevisibilidade de um ponto ao outro, e um aspecto estruturado, pois apresentam características de continuidade do fenômeno, como mostrado na Figura 5.

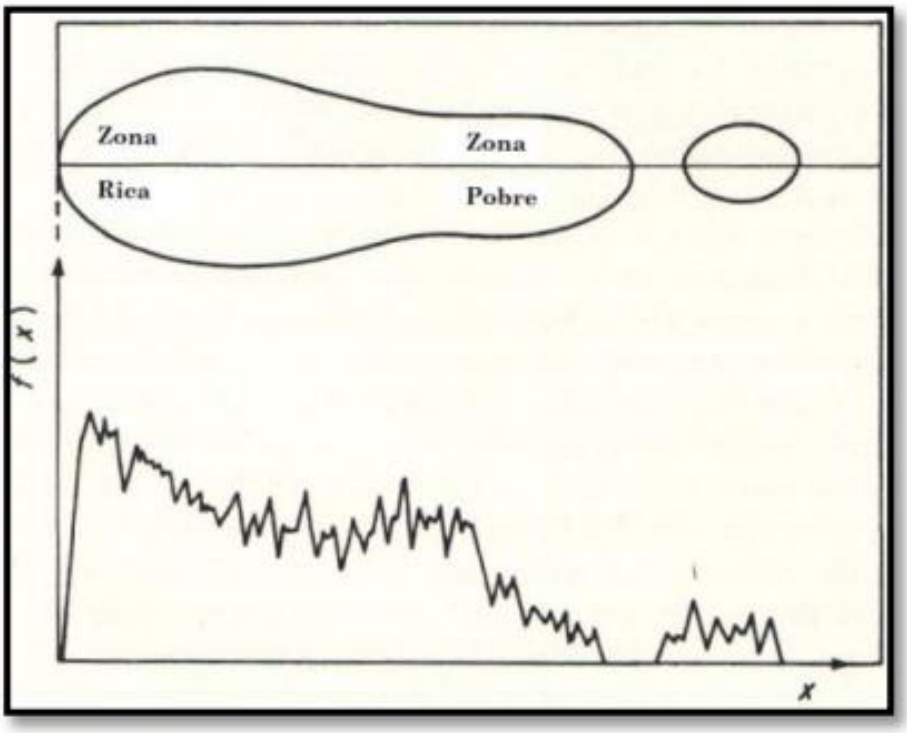



Figura 5 - Aspecto Aleatório e Estruturado de uma Variável Regionalizada (Adaptado de Journel e Huijbregts, 1978, *apud* Silva, 2011).

O aspecto estruturado de uma variável regionalizada está relacionado à sua variabilidade estrutural, ou seja, ao seu comportamento espacial resultante do fenômeno de formação. Com isso, podemos concluir que amostras vizinhas estão correlacionadas, em outras palavras, pode-se dizer que amostras próximas irão apresentar características parecidas.

Sua característica aleatória está relacionada à imprevisibilidade entre os pontos, gerados pelo fenômeno geológico envolvidos na formação do depósito. Isso quer dizer que, devido aos fenômenos de formação geológica pontos mais distantes podem apresentar características distintas.

De forma simplificada, pode-se definir variável regionalizada como uma variável que pode assumir uma certa quantidade de valores, respeitando valores máximos e mínimos, dentro de uma função probabilidade, garantindo suas características aleatórias e seu aspecto estruturado.

### 3.4.2. Análise Estrutural

A análise estrutural de um fenômeno regionalizado, como é o caso de depósitos minerais, busca construir um modelo matemático que permita identificar suas características como, por exemplo, a anisotropia. A de um variograma necessita de um conhecimento geológico adequado aliado à experiência do profissional envolvido, pois o ajuste desse modelo é de grande importância para a sequência da estimativa. Esse estudo matemático tem como principal objetivo definir as principais estruturas de variabilidade espacial do depósito estudado. Segundo Sinclair e Blackwell (2002, *apud* Silva, 2011), um modelamento geológico indiscriminado pode gerar grandes consequências nos resultados.

#### 3.3.2.1. Propriedades das funções de correlação

A estimativa de um teor não amostrado em um dado ponto deve se basear em amostras que foram coletadas na fase de amostragem e, quando se trata de geostatística, as estimativas são feitas usando pesos atribuídos a cada ponto anteriormente amostrado.

Tais pesos são definidos levando em consideração a correlação presente entre as amostras e o ponto não amostrado. De acordo com Silva (2011), quando assume-se que a correlação espacial entre duas Variáveis Regionalizadas (VRs) depende somente de um vetor $h$, a forma mais simplificada de inferir a correlação entre elas é analisar o depósito nos locais que ele foi amostrado, com o intuito de conhecer a correlação das variáveis regionalizadas por meio dos pontos amostrados. Então, é necessário um estudo para conhecer a estrutura da variabilidade do depósito, com o intuito de saber o quão relacionadas elas são.

#### 3.3.2.1.1. Propriedades da Covariância (JOURNEL; HUIJBRETS, 1978 *apud* SILVA, 2011)

As principais propriedades da função covariância são:

i. $C\ (0) = Var\{Z(x)\} \geq 0$ , a covariância não pode apresentar valores negativos *a priori*;
ii. $C(h) = C(-h)$ , trata-se de uma função simétrica;
iii. $|\mathrm{C(h)}| \leq \mathrm{C(0)}$

Sendo assim, pode-se observar que o grau de correlação entre duas variáveis é inversamente proporcional à distância entre elas, ou seja,

$$\mathrm{C}(h) \rightarrow\ 0, \text{quando } |\mathrm{h}| \rightarrow \infty$$

Percebe-se também que $C(h) \rightarrow 0$ quando existe a relação $|h| \geq a$, sendo "a" o alcace ou *range*. Logo, conclui-se que existe uma transição entre a região com correlação espacial e outra que não apresenta tal correlação.

#### 3.3.2.1.2 Semivariograma

A função variograma é a principal ferramenta utilizada para expressar a continuidade espacial de um fenômeno, dada uma direção. De acordo com Clark (1979, *apud* Sturaro, 2015), quando se trata de condições estacionárias, o valor médio esperado apresenta valor igual a zero ou constante, fato que reduz o semivariograma à uma média quadrática das diferenças experimentais. Considerando um conjunto de valores $z(x)$ e

$z(x \quad + h)$, com diferença de distância h, a expressão que define o semivariograma pode ser definida da seguinte forma:

$$\sigma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_i) - z(x_i + h)]^2 \quad \textit{Equação 5}$$

Sendo: N(h) = número de pares experimentais;

h = a distância regular entre as amostras.

Apesar de esta ser uma boa forma de expressar o semivariograma, ela só é válida em casos onde haja estacionariedade ou quase-estacionariedade, pois a existência de uma tendência pode alterar o valor médio esperado, obrigando assim, o uso de outros recursos de avaliação estrutural.

A relação das condições de estacionariedade, a covariância e o semivariograma pode ser expressa graficamente, como na Figura 6, onde pelo gráfico pode-se perceber a seguinte relação matemática:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h). \qquad \textit{Equação 6}$$

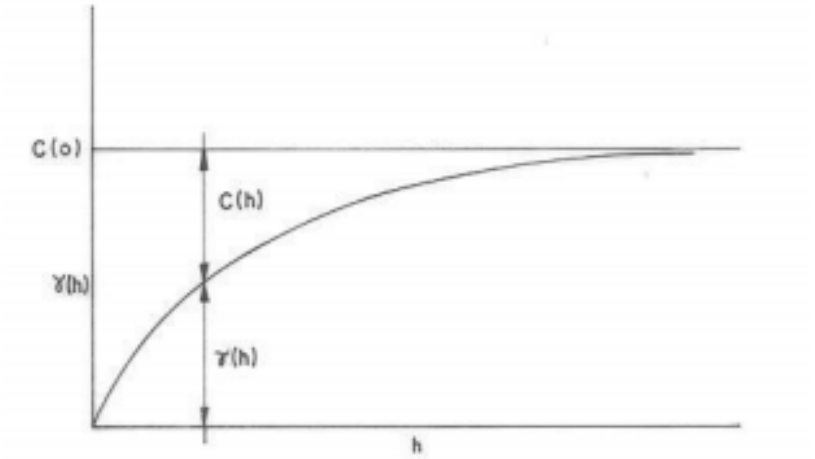



Figura 6 – Relação entre o semivariograma e a covariância sob a condição de estacionaridade. Fonte: Davis (1985, *apud* Sturaro, 2015).

Mantheron definiu o semivariograma da seguinte maneira: “Em geral, o semivariograma é a função de incremento com a distância h, visto que, quanto mais

afastadas forem as amostras, mais seus valores em média deverão ser diferentes. Esta característica reflete bem a noção de zona de influência de uma amostra. (MATHERON, 1963).

### 3.3.2.1.2.1 Características estruturais do Semivariograma

O semivariograma é o reflexo das características do fenômeno associado a formação do depósito, ou seja, se trata do reflexo da regionalização da variável matemática em estudo. Existem características estruturais do semivariograma que devem ser levadas em consideração no momento da análise do modelo, essas características podem ser sintetizadas como na Figura 7**.**

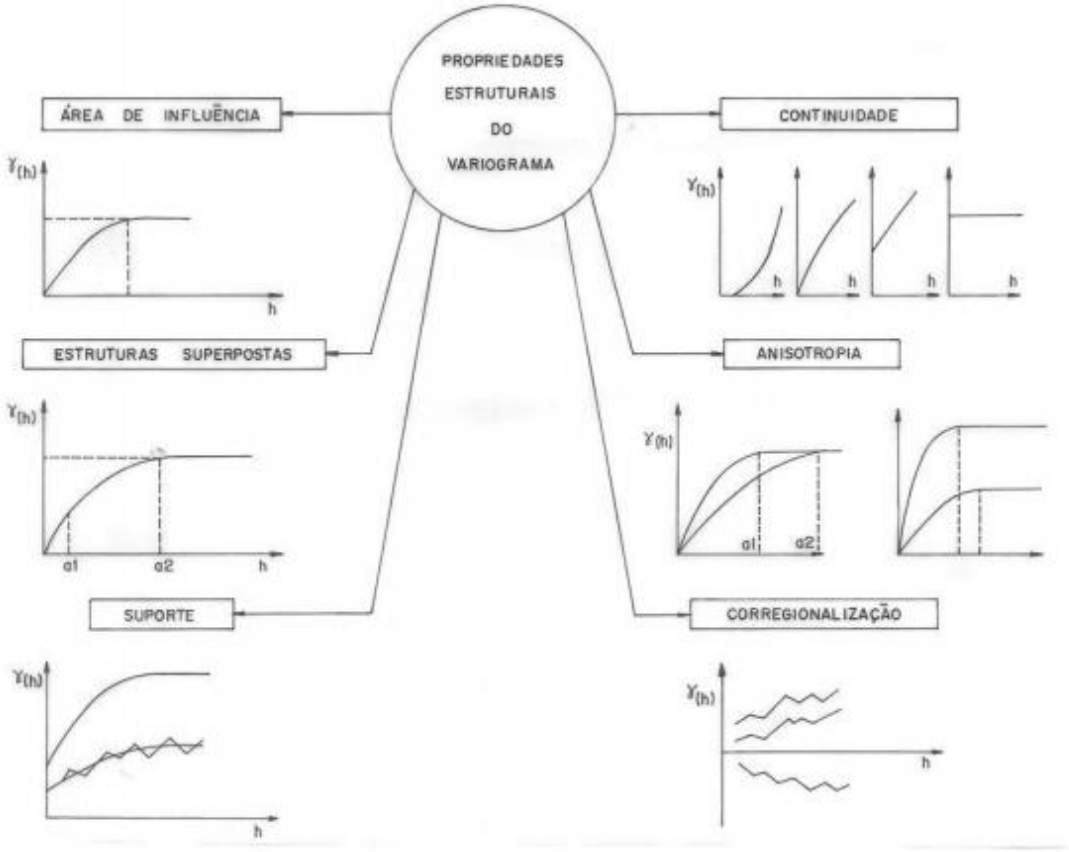



Figura 7- Síntese das características estruturais de um Variograma. Fonte: Huijbregts (1978, *apud* Sturaro, 2015).

1. Zona de Influência: é distância na qual a partir dela não existe mais correlação entre as amostras, ou seja, as amostras passam a ser independentes. Isso ocorre porque a medida que a distância entre as amostras aumenta, a influência de uma sobre a outra diminui, levando até uma ruptura total entre elas. Seu valor máximo é conhecido como alcance ou amplitude.
2. Suporte: trata-se do domínio geométrico de onde o valor da amostra foi obtido, apresenta forma, orientação e volumes definidos. A construção de um semivariograma exige que os suportes utilizados sejam todos igual, caso contrário deve ser realizada uma regularização para que isso não interfira no modelo final. (HUIJBREGTS, 1975, *apud* STURARO, 2015).
3. Anisotropia: uma variável regionalizada pode apresentar continuidades diferentes em direções diferentes e pode existir uma direção preferencial onde os teores não variam significativamente, enquanto em outra pode haver uma acentuada variabilidade (MANTHERON, 1963). Semivariogramas que apresentam continuidades parecidas em várias direções são conhecidos como isotrópicos, aqueles que apresentam variação são denominados anisotrópicos.
4. Corregionalização: é a partir dela que se define o modelo matemático que mais se aproxima das feições estruturais das variáveis que estão sendo submetidas a esse processo, seu estudo é realizado usando semivariogramas cruzados. (HUIJBREGTS, 1975, *apud* STURARO, 2015)
5. Continuidade Espacial: quando são consideradas pequenas distâncias, a curva do semivariograma é continua, porém pode apresentar descontinuidade na origem, conhecida como efeito pepita. Fato que ocorre devido à grande variabilidade entre os valores das amostras quando a distância entre dois pontos é muito pequena, normalmente menor que a distância da malha de amostragem.
6. Regionalizações Sobrepostas: os semivariogramas conseguem identificar estruturas geológicas sobrepostas, ou seja, estruturas que foram “ocultadas” devido à complexidade dos fenômenos geológicos de formação.

#### 3.3.2.1.2.2 Propriedades do Semivariograma

Existem três importantes propriedades apresentadas pelo semivariograma que interferem diretamente na análise e no modelo a ser escolhido pelo profissional

responsável pela estimativa dos recursos. A Figura 8 apresenta de forma simplificada cada uma delas.

1. Patamar: é o valor no qual a partir dele não existe mais correlação entre as amostras, ou seja, é o valor da variância no qual o semivariograma se estabiliza.
2. Alcance: como dito na seção anterior, é a distância máxima na qual as amostras ainda apresentam correlação entre elas, a partir desse valor elas passam a ser independentes.
3. Efeito Pepita: trata-se das descontinuidades que ocorre na origem do semivariograma. Esse tipo de análise matemática deve apresentar um valor nulo na origem. Isso ocorre porque, para valores de amostras com distâncias menores que as amostradas, a variabilidade é muito alta.

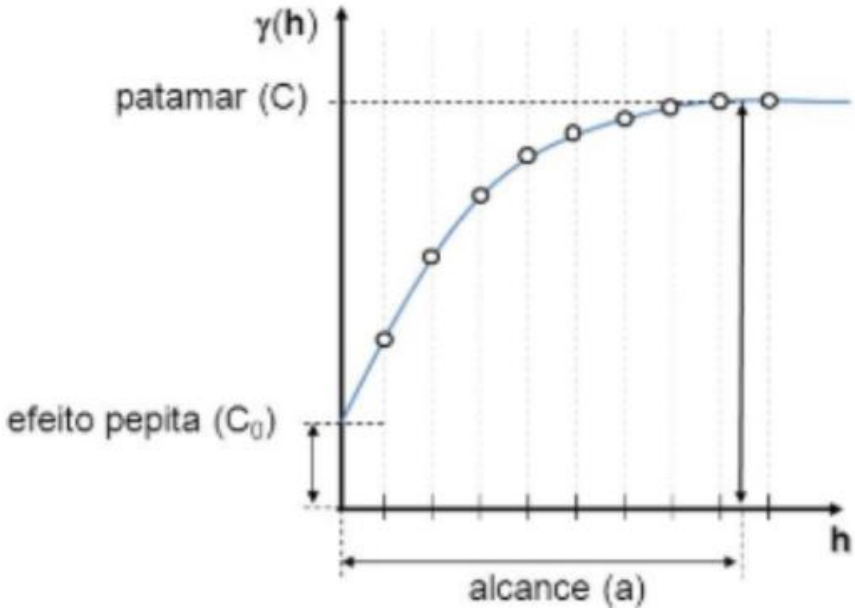



Figura 8 – Propriedades de um Semivariograma. Fonte: Camargo (1998).

### 3.3.3. Krigagem

A Krigagem é um método estatístico, criado por Daniel Krige e desenvolvido posteriormente por Georges Matheron, que utiliza dados amostrais e a correlação espacial entre eles para estimar valores não amostrados, com o auxílio do semivariograma. Segundo Fazio (2013), nesse tipo de estimativa, o dado é dividido em duas partes

distintas: a tendências, ou seja, o valor esperado/médio para interpolação e ruído, que é o valor imprevisível, mas que apresenta média sempre igual a zero.

Na equação abaixo, sabendo que t representa a tendência, s o ruído e z o dado, temos que: (Cressie, 1993, *apud* Fazio, 2013)

$$z = s + t \qquad \textit{Equação 7}$$

Sabendo que o valor esperado pelo ruído é zero, E(s) = 0, pode-se inferir que o valor esperado dos dados é igual ao valor esperado da tendência.

$$E(z) = E(s) + E(t)$$

$$E(z) = 0 + E(t)$$

$$E(z) = E(t) \qquad \textit{Equação 8}$$

A Krigagem usa o método de soma ponderada dos dados para chegar na interpolação e calcula os pesos de forma que o valor do erro quadrático seja o menor possível.

De acordo com Druck (2002), a principal diferença entre a Krigagem e os demais métodos de inferência é a maneira como é feita atribuição de pesos das amostras. No caso de interpolações baseadas no inverso do quadrado das distâncias, os pesos são atribuídos de acordo com o inverso do quadrado da distância entre o valor amostrado e o valor interpolado. Por outro lado, no caso da interpolação por média simples, os pesos têm o mesmo valor e são resultantes do cálculo de 1/N, sendo N o número de amostras. A Krigagem usa uma metodologia que determina os pesos a partir de uma análise espacial, feita com base nem semivariograma experimental.

Esse método de estimativa apresenta quatro variações, que são usadas dependendo das características do depósito a ser analisado. São elas: Krigagem Ordinária, Krigagem Simples, Krigagem Universal e Krigagem Indicativa. Os tópicos abaixo serão destinados à definição de cada uma das variações de Krigagem.

#### 3.3.3.1. Krigagem Ordinária (KO)

Essa variação da Krigagem, atualmente, é a mais utilizada em modelos de Geoestatística Linear. De acordo com Isaacs e Srivastava (1989, *apud* Silva, 2011), é um tipo de estimativa que se baseia num modelo probabilístico que tem como base garantir que a diferença entre o valor estimado e o valor experimental seja igual a zero, ou seja, garante a inexistência de um viés. Também é conhecida como "B.L.U.E" (*Best Linear Unbiased Estimator*), pois fornece o melhor estimador linear não-enviesado da variável que se deseja estimar.

#### 3.3.3.2. Krigagem Simples (KS)

A Krigagem Simples só pode ser utilizada nos casos que o teor médio do depósito já é conhecido, diferentemente da Krigagem Ordinária. Silva (2011) afirma que nesses casos, a krigagem está reduzida a seu estado inicial, ou seja, não apresenta a restrição de que a soma dos ponderadores deve ser igual a um. Logo, não existe a necessidade da utilização de multiplicadores de Lagrange.

#### 3.3.3.3 Krigagem Universal (KU) - (FERREIRA ET AL. 2002)

A Krigagem Universal é usada quando existe uma tendência entre os dados, ou seja, é usado nos casos que o processo não é estacionário. Foi um método criado por Matheron e Journel, onde para remoção das tendências são usados polinômios de baixo grau e é feita uma análise residual para finalizar esse procedimento

#### 3.3.3.4 Krigagem Indicativa (KI)

Trata-se de um método de Krigagem desenvolvido por Journel, em 1983, com objetivo de construir uma distribuição acumulativa condicional para estimar distribuições espaciais. Esse tipo de Krigagem consiste em aplicar a Krigagem Ordinária em uma variável que foi transformada pela função não linear $f(x) = 0\ ou\ 1$. Segundo Landim e

Sturaro (2002), o método apresenta semivariogramas mais fáceis de serem construídos, modelados e interpretados.

## 3.4. Otimização de Cava

Campos (2017) define a cava ótima como aquela cujo volume de material extraído apresenta, além da viabilidade econômica, o melhor retorno financeiro, respeitando as diversas restrições a que possa estar associada. Sendo assim, a partir do modelo de blocos e do valor econômico atribuído a cada um dos blocos, a geometria final da cava pode apresentar variações caso sejam alterados os parâmetros para sua determinação.

Existem diversos algoritmos utilizados para se determinar os limites finais da cava, sendo que aquela considerada ótima deve satisfazer os critérios de maior lucratividade, maior valor presente líquido (VPL) e melhor aproveitamento dos recursos minerais (PERONI, 2007). Segundo Flores (2008), entre os métodos mais utilizados para se definir a geometria final de cava estão a técnica de Cones Flutuantes e o algoritmo de Lerchs-Grossmann.

Noronha e Gripp (2006, *apud* Flores, 2008) demonstram a importância de se entender que a cava final não representa um resultado definitivo e imutável, pois depende de diversos parâmetros dinâmicos, sejam eles de caráter geológico, econômico, geotécnico ou ambiental. Dessa forma, é necessário que os dados sejam sempre atualizados, de forma a garantir que a cava se mantenha como ótima.

### 3.4.1. Cones Flutuantes

Candido (2012) explica que o método de Cones Flutuantes é baseado em tentativas, levando em consideração as restrições físicas e geomecânicas. Dessa forma, considerando uma seção vertical do modelo de blocos, Hustrulid e Kuchta (2013) estabelecem cinco passos a serem realizados para que se defina a geometria final desejada:

- *Passo 1:* um vértice de cone flutua através da linha superior de blocos até que seja encontrado o primeiro bloco com valor positivo, o qual será removido, como mostra a Figura 9.

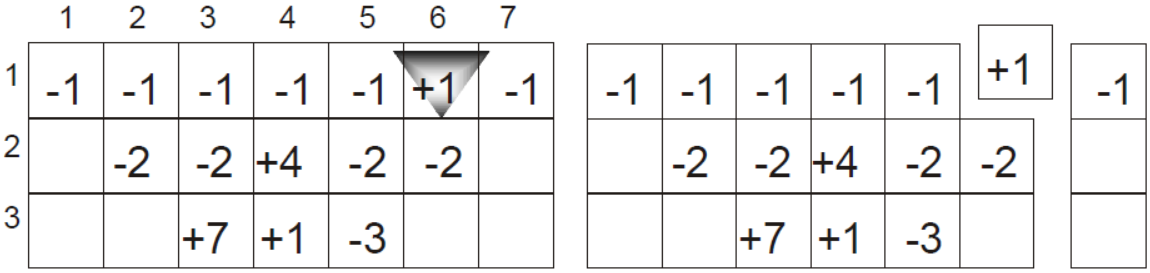



Figura 9 – O vértice de cone encontra o bloco positivo na linha 1, que é removido. Fonte: Peroni (2007).

- *Passo 2:* Após percorrer toda a linha 1, o vértice do cone se move para a segunda linha, da mesma forma, até que se atinja o primeiro bloco de valor positivo. Agora, o bloco somente será removido caso a soma de todos os blocos contidos no cone seja positiva, conforme a Figura 10.

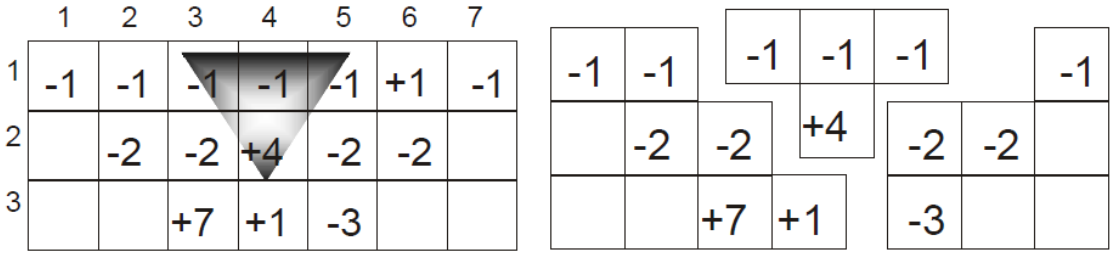



Figura 10 - Ao encontrar o bloco positivo na segunda linha, soma-se os valores dos blocos do cone. Se positivo, os blocos são removidos. Caso contrário são deixados e o vértice de cone segue até o próximo bloco positivo. Fonte: Peroni (2007).

- *Passo 3:* O processo continua até a última linha, até que não haja mais nenhum bloco para ser removido, como observado na Figura 11.

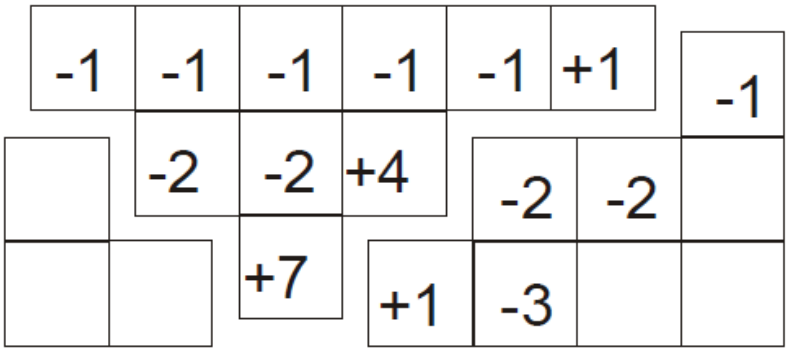



Figura 11 - Após percorrer todas as linhas, todos os blocos que atendem as especificações são removidos.
Fonte: Peroni (2007).

- *Passo 4:* Para verificar a lucratividade da seção estudada, basta somar o valor de todos os blocos que foram removidos. No caso do exemplo mostrado, a soma é igual a +3.

- *Passo 5:* Pode-se determinar a relação estéril minério através dos valores dos blocos positivos e negativos.

Segundo Campos (2017), o método de cones flutuantes é considerado simples, o que faz dele bastante conhecido na indústria mineral. Por outro lado, apesar da facilidade de compreensão da técnica, alguns problemas estão associados a ela, sendo que, nem sempre, a cava final obtida será ótima.

### 3.4.2. Algoritmo de Lerchs-Grossmann 2D

O algoritmo de Lerchs-Grossmann (ALG), desenvolvido inicialmente em 1965, é definido por Flores (2008) como

> *"... um algoritmo matemático exato para determinar o limite final ótimo da cava, utilizando procedimentos de programação dinâmica em duas dimensões." (FLORES, 2008)*

Com isso, o ALG tem como resultado uma cava ótima, ou seja, apresenta a melhor solução econômica associada ao empreendimento que se está avaliando.

Para demonstrar esse método, será utilizado um exemplo de Lerchs-Grossmann (1965), citado por Hustrulid e Kuchta (2013), partindo da Figura 12. Sendo assim, supondo um determinado corpo mineral, os blocos de minério e estéril são retangulares e representados por valores iguais a +12 e -4, respectivamente, e adota-se um ângulo de talude de 35,5°, o que pode ser observado na Figura 13.

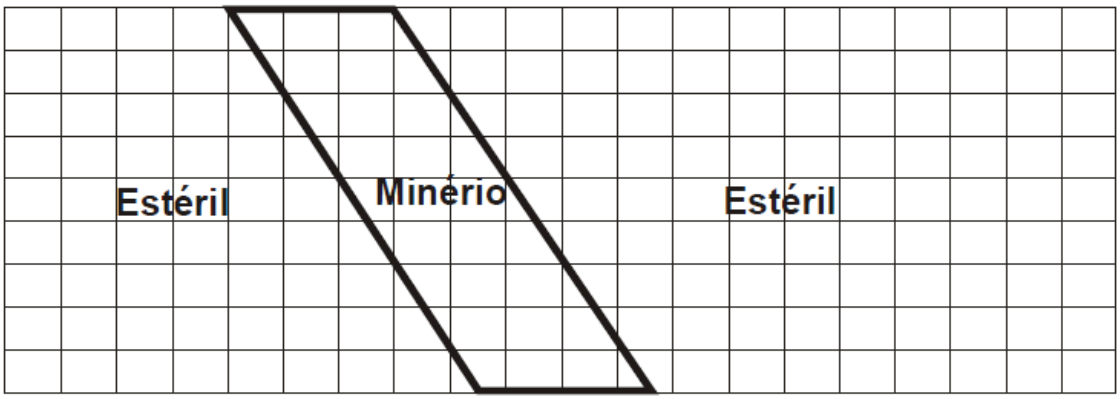



Figura 12 - Configuração geométrica do corpo mineral. Fonte: Lerchs-Grossmann (1965, *apud* Peroni, 2007).

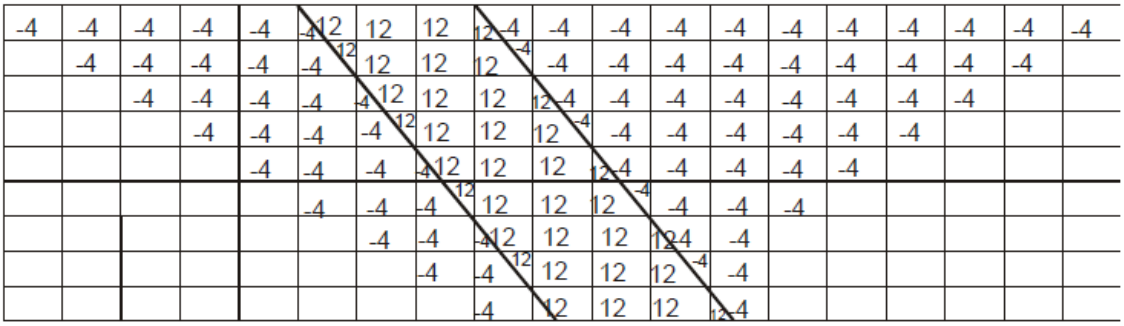


Figura 13 - Atribuição de valores aos blocos de minério e estéril. Fonte: Lerchs-Grossmann (1965, *apud* Peroni, 2007).

Candido (2012) explica que, nos limites do corpo mineral, é atribuído um valor médio aos blocos, conforme a Figura 14, sendo a posição dos blocos baseadas no número da linha (i) e no número da coluna (j).

| I \ J | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ① | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | 8 | 12 | 12 | 0 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 |
| ② | | -4 | -4 | -4 | -4 | 0 | 12 | 12 | 8 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | |
| ③ | | | -4 | -4 | -4 | -4 | 8 | 12 | 12 | 0 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | | |
| ④ | | | | -4 | -4 | -4 | 0 | 12 | 12 | 8 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | | | |
| ⑤ | | | | | -4 | -4 | -4 | 8 | 12 | 12 | 0 | -4 | -4 | -4 | -4 | | | | |
| ⑥ | | | | | | -4 | -4 | 0 | 12 | 12 | 8 | -4 | -4 | -4 | | | | | |
| ⑦ | | | | | | | -4 | -4 | 8 | 12 | 12 | 0 | -4 | | | | | | |
| ⑧ | | | | | | | | -4 | 0 | 12 | 12 | 8 | -4 | | | | | | |
| ⑨ | | | | | | | | | -4 | -4 12 | 12 | 12 | 0 | | | | | | |

Figura 14 - Valor econômico final de blocos. Fonte: Lerchs-Grossmann (1965, *apud* Peroni, 2007).

Inicialmente, uma linha de zeros é adicionada ao topo da seção, sendo que, em seguida, calcula-se os valores cumulativos para cada coluna de blocos, partindo do topo em direção à base. A Figura 15 ilustra essa situação.

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ⓪ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ① | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | 8 | 12 | 12 | 0 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 |
| ② | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | 24 | 24 | 8 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | |
| ③ | -12 | -12 | -12 | -12 | -12 | 4 | 32 | 36 | 20 | -8 | -12 | -12 | -12 | -12 | -12 | -12 | -12 | | |
| ④ | | | | -16 | -16 | 0 | 32 | 48 | 32 | 0 | -16 | -16 | -16 | -16 | -16 | -16 | | | |
| ⑤ | | | | | -20 | -4 | 28 | 56 | 44 | 12 | -16 | -20 | -20 | -20 | -20 | | | | |
| ⑥ | | | | | | -8 | 24 | 56 | 56 | 24 | -8 | -24 | -24 | -24 | | | | | |
| ⑦ | | | | | | | 20 | 52 | 64 | 36 | 4 | -24 | -28 | | | | | | |
| ⑧ | | | | | | | | 48 | 64 | 48 | 16 | -16 | -32 | | | | | | |
| ⑨ | | | | | | | | | 60 | 56 | 28 | -4 | -32 | | | | | | |

Figura 15 - Soma cumulativa por colunas. Fonte: Lerchs-Grossmann (1965, *apud* Peroni, 2007).

Em seguida, é feita a soma cumulativa geral, movendo-se da esquerda para a direita de forma a somar os blocos de uma coluna com o bloco adjacente de maior valor à sua esquerda. Depois, deve-se fazer uma seta indicando o bloco adicionado. (CAMPOS, 2017). Isso pode ser observado nas Figuras 16 a 18.

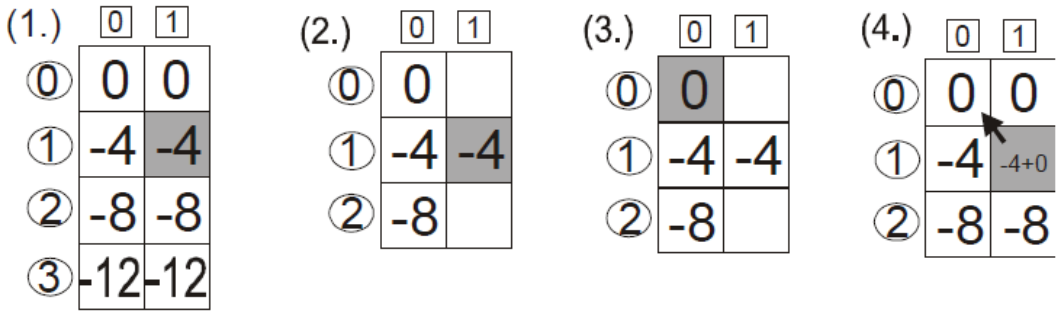



Figura 16 - Procedimento para definir o máximo valor cumulativo e maximizar a direção. Fonte: Lerchs-Grossmann (1965, *apud* Peroni, 2007).

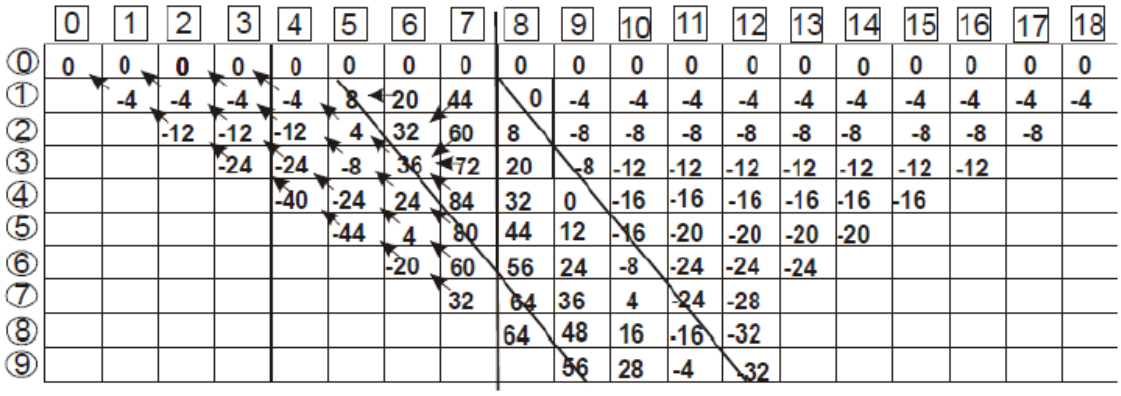


Figura 17 - Procedimento até a coluna 7. Fonte: Lerchs-Grossmann (1965, *apud* Peroni, 2007).

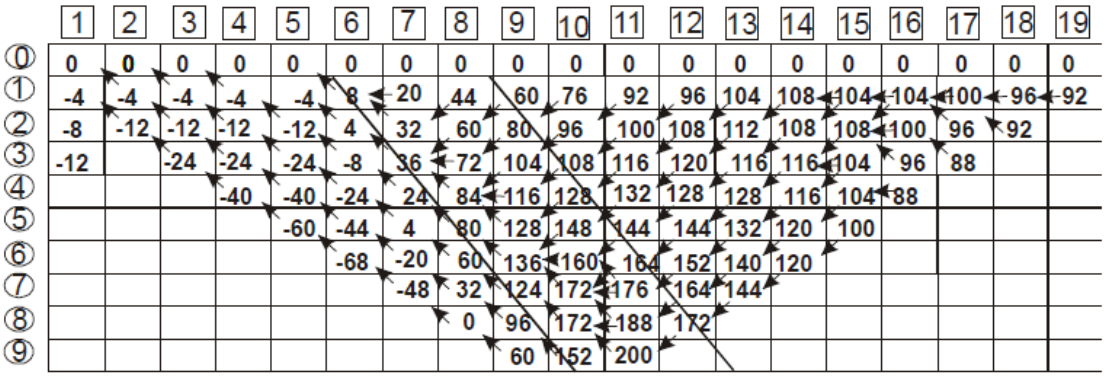


Figura 18 - Procedimento ao longo de toda a seção. Fonte: Lerchs-Grossmann (1965, *apud* Peroni, 2007).

Ao final do procedimento, encontra-se o limite da cava final, movendo-se da direita para a esquerda, na primeira linha, até que se encontre o maior valor. A partir daí as setas devem ser seguidas, de forma a se definir o contorno da cava daquela seção (PERONI, 2007), como pode ser visto nas Figuras 19 e 20.

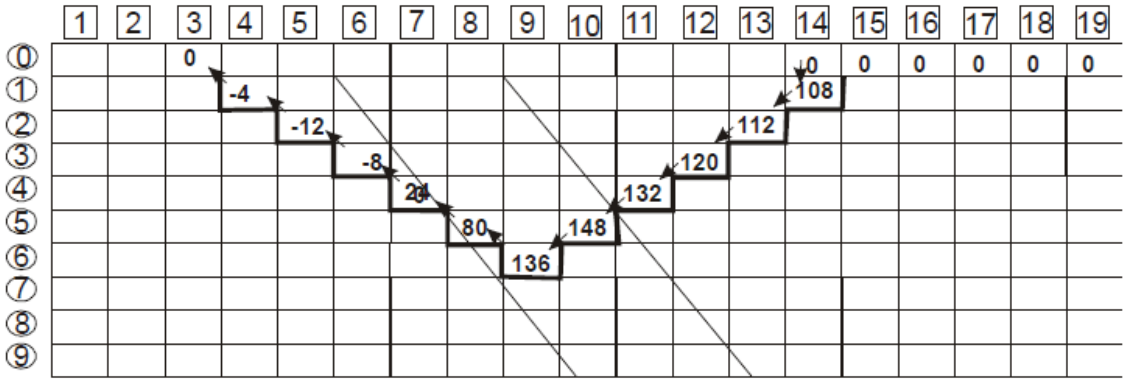



Figura 19 - Determinação da cava ótima. Fonte: Lerchs-Grossmann (1965 *apud* Peroni, 2007).

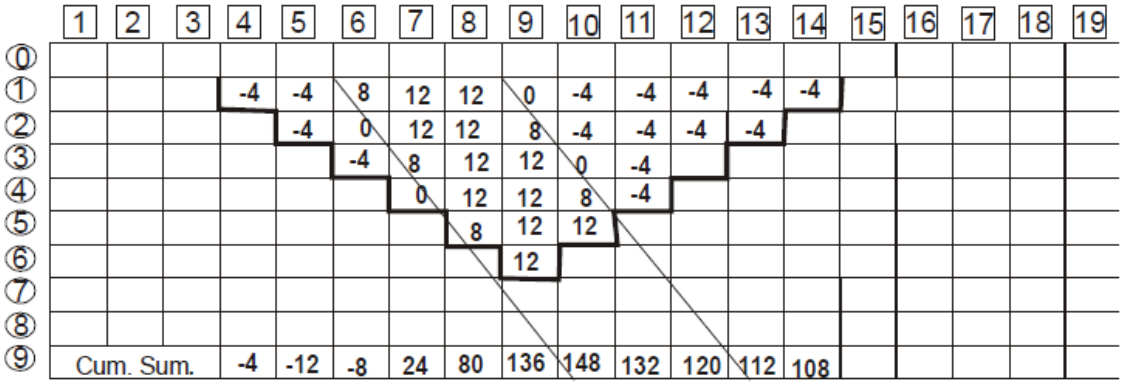



Figura 20 - Limite otimizado superposto ao modelo de blocos. Fonte: Lerchs-Grossmann (1965 *apud* Peroni, 2007).

### 3.4.3. Algoritmo de Lerchs-Grossmann 3D

Segundo Campos (2017), esse método foi modelado em termos gráficos e teóricos. Flores (2008) explica o ALG 3D da seguinte forma:

> *"O método de trabalho do ALG 3-D considera os valores econômicos dos blocos e o conceito de arco estrutural. Um arco estrutural de um bloco A até um bloco B significa que quando se quer extrair o bloco A, é necessário extrair previamente o bloco B, para deixar descoberto o bloco A, e não necessariamente vice-versa. Estes dois conceitos permitem obter o valor mais alto da lavra, economicamente, e com isso se define o desenho ótimo da cava, não podendo existir outro desenho que produza um valor maior." (FLORES, 2008)*

Sendo assim, os arcos serão classificados como fortes quando a soma dos valores dos blocos incluídos nele for positiva. De forma contrária, se a soma for negativa, os arcos serão considerados fracos. A partir disso, o algoritmo se desenvolve a partir do fundo da cava, criando ramos que indicarão, com base na classificação dos arcos, removidos (arcos fortes) ou mantidos (arcos fracos), até que se atinja a superfície. (FLORES, 2008)

Khalokakaie (1999 *apud* Campos, 2017) utiliza o modelo de blocos da Figura 21 como exemplo, sendo considerado um ângulo de talude igual a 45°. A partir desse modelo, Campos (2017) demonstra o desenvolvimento do método, como mostram as Figuras 22 a 26.

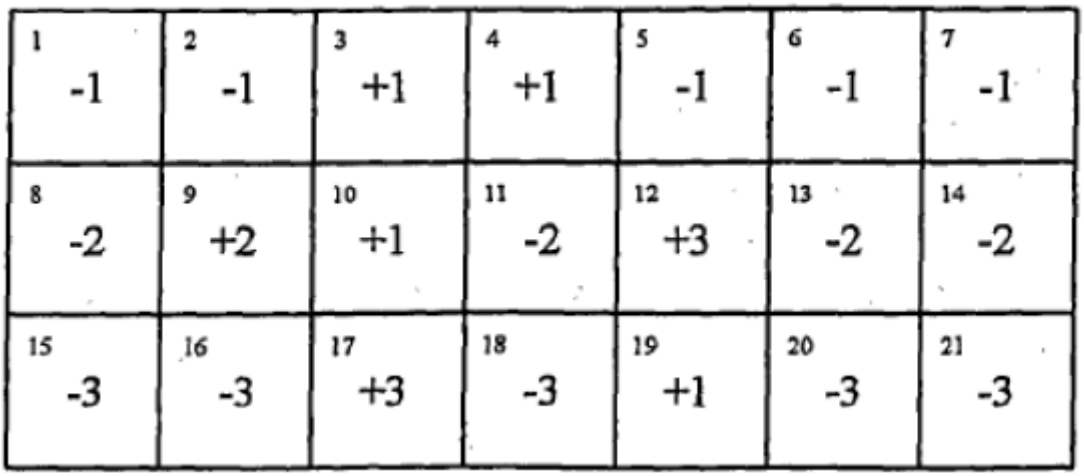



Figura 21 - Modelo de blocos bidimensional. Fonte: Khalokakaie (1999 *apud* Campos, 2017).

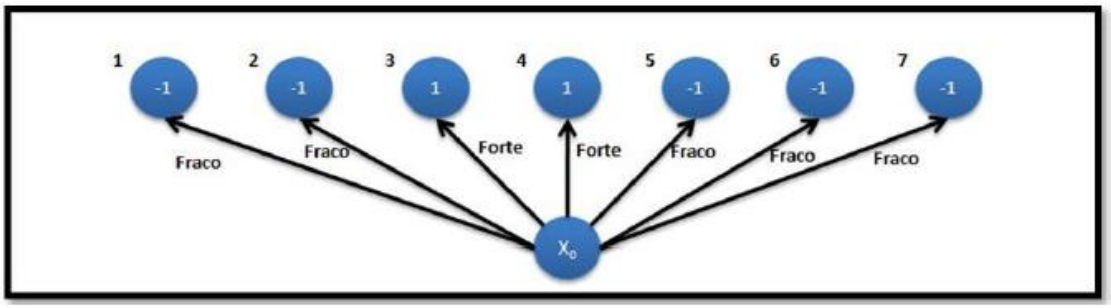



Figura 22 - A partir de uma raiz imaginária, na linha 1, são criados e classificados os arcos estruturais. Fonte: Campos (2017) adaptado de Khalokakaie (1999).

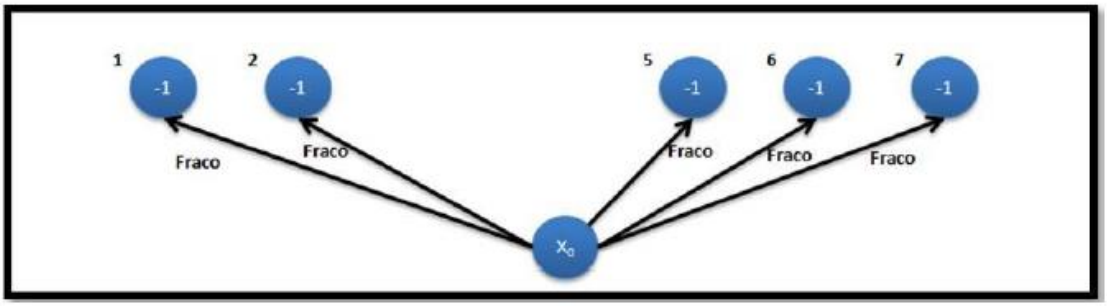



Figura 23 – Os arcos fortes da linha são, então, removidos. Fonte: Campos (2017) adaptado de Khalokakaie (1999).

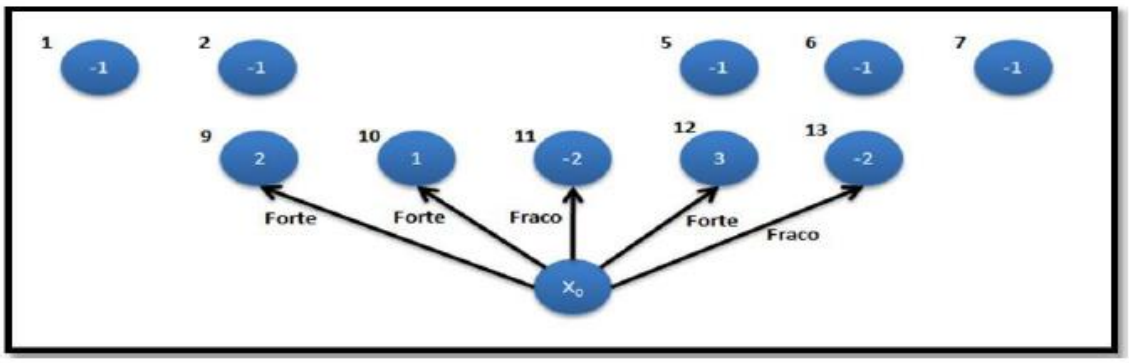



Figura 24 - O procedimento se repete para a linha seguinte. Fonte: Campos (2017) adaptado de Khalokakaie (1999).

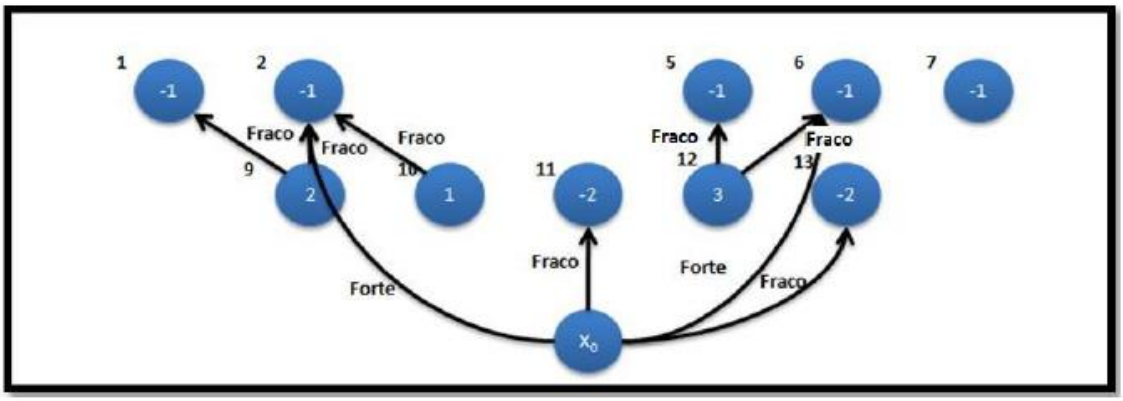



Figura 25 – É necessário garantir que todos os arcos fortes estejam ligados à raiz $X_0$. Fonte: Campos (2017) adaptado de Khalokakaie (1999).

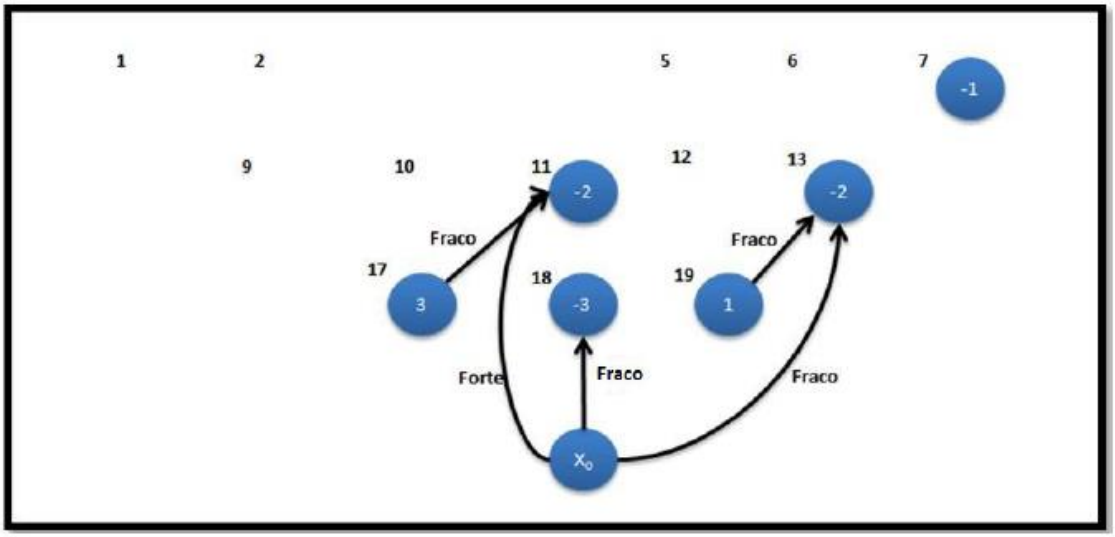



Figura 26 - Os mesmos procedimentos são realizados na linha 3. Fonte: Campos (2017) adaptado de Khalokakaie (1999).

Com todos os procedimentos realizados pelo algoritmo, é obtida, finalmente, a cava ótima, como mostrado na Figura 27.

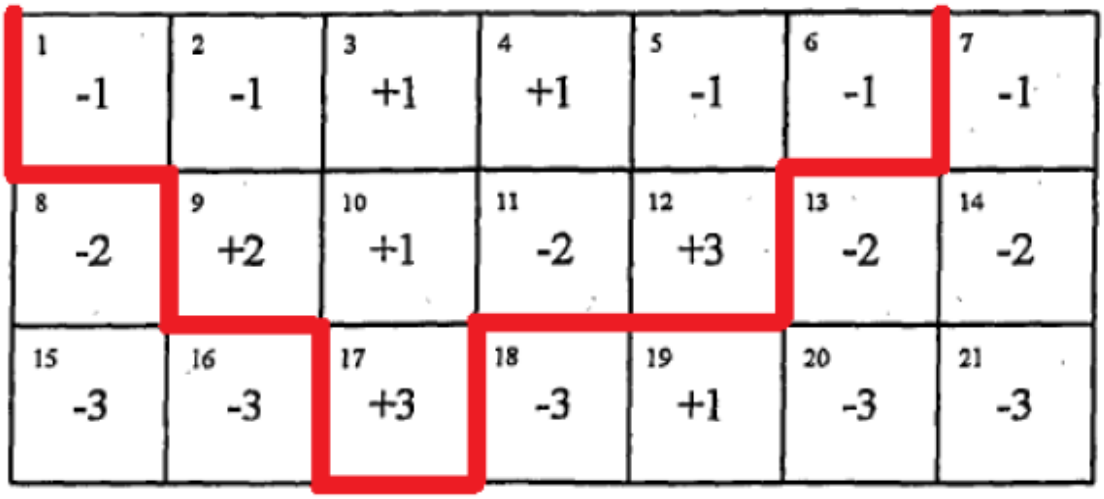



Figura 27 - Cava ótima. Fonte: Campos (2017) adaptado de Khalokakaie (1999).

## 3.5. Sequenciamento de Lavra

Pode-se entender o sequenciamento de lavra como a etapa que busca encontrar a melhor maneira de lavrar os blocos, a fim de se obter o maior retorno econômico possível.

Segundo Peroni (2007), os planos de lavra podem ser de curto à longo prazo, diferenciando-se devido ao grau de detalhamento apresentado por cada um deles. Quanto menor o prazo do plano realizado, maior será seu grau de detalhamento e, também, maior será a acuracidade dos dados fornecidos por ele. Ainda de acordo com Peroni (2007), os planos de sequenciamento podem ser: diários, semanais, mensais, trimestrais, anuais, trienais e de Exaustão (life of mine) e são definidos de acordo com a equipe disponível e a necessidade dos dados. Planos diários serão responsáveis por definir os detalhes das atividades que serão produzidas em 24 horas, por outro lado o planejamento de longo prazo será o responsável por definir as estimativas financeiras, custos operacionais, entre outras estimativas.

Peroni (2007) define algumas diretrizes gerais necessárias para realização do sequenciamento de lavra, são elas:

1. Minimização dos custos de pré-produção: é necessária uma análise correta dos custos envolvidos nessa fase, pois são custos que incidem antes da produção iniciar de fato. Uma boa análise de taxa de juros para esse período é essencial para o sucesso do empreendimento.
2. Atenuação da Relação Estéril Minério (REM): a REM (t/t), em fase inicial de sequenciamento, é utilizada para determinar variáveis como o número e o tipo de equipamentos requeridos. Durante um projeto de sequenciamento é importante evitar a ocorrência de picos, já que tal fato pode gerar elevados gastos de capital que não serão plenamente utilizados no futuro. Por exemplo, devido a um pico pode ser necessária a compra de equipamentos que no futuro podem ser subutilizados ou dispensáveis. É aconselhável que na fase de pré-operação sejam utilizados baixos valores de REM.
3. Garantia de Espaço de Trabalho: a REM deve ser avaliada para determinar os ângulos de taludes e tamanho de bermas corretos, garantindo uma área de operação adequada. Por exemplo, empreendimentos com REM variável, adotar taludes com baixos ângulos favorece a obtenção de bermas mais largas,

permitindo uma área de operação com bom fluxo de produção, mais segurança e menos congestionamentos.

4. Taxa de Exposição do Minério: a sequência de lavra é estabelecida para configurar o desenvolvimento mais adequado. Um desenvolvimento adequado deve levar em consideração as demandas feitas pela moagem dentro de uma restrição de tempo.
5. Considerações de Recuperação Ambiental: as legislações ambientais demandam um planejamento que forneça uma adequada produção e minimizem os passivos ambientais. Segundo Peroni (2007), os itens mais eficientes gerenciados para obtenção de uma produção adequada são: recomposição topográfica, revegetação das áreas e minimização de depressões superficiais na maior área possível.

Existem diversas técnicas para realização de sequenciamento, porém se tornaram mais comuns aquelas que maximizam de alguma forma a produção, seja pela maior quantidade de metal contido ou pela disponibilização de um determinado material de melhor qualidade, e que forneçam o maior lucro possível. Carvalho (2009 *apud* Rocha, 2015) afirma que, em 1965, Lerchs e Grossman introduziram o conceito de análise paramétrica onde uma modificação de um ou mais parâmetros irá produzir uma sequência de extração que maximizará o lucro.

Prati (1995 *apud* Curi, 2014), coloca como objetivo principal do sequenciamento de lavra, estabelecer uma estratégia para que durante o empreendimento seja garantido um número ideal de frentes de lavra para que as massas, teor e produção sejam mantidos. A Figura 28 representa a metodologia geral de um planejamento de lavra, porém suas etapas não são definitivas e devem ser avaliadas à medida que surgirem novos parâmetros.

Figura 28 - Fluxograma da metodologia geral de um planejamento de lavra. Adaptado de Carvalho (2009 *apud* Rocha, 2015).

Existem diversas formas de fazer um agendamento de produção, neste trabalhado abordaremos duas metodologias: o Sequenciamento Clássico, onde serão obtidos o "*Worst"* e *"Best Case"*, e o SDB. Dessa forma, serão abordados desde o agendamento mais simples, *"Worst Case"*, à nova metodologia que vem sendo proposta, o SDB.

Segundo Campos (2017), *"Worst Case"* é uma metodologia simples, onde o sequenciamento é proposto sendo feito de bancada a bancada, da mais superficial à mais profunda. Dessa maneira, toda a cava é abrangida, porém o VPL não é maximizado, uma vez que é retirado muito estéril no início da vida do empreendimento. A Figura 29 representa de maneira esquemática esse modelo de sequenciamento.

Figura 29 – Lavra usando Sequenciamento do tipo *"Worst Case"*. Fonte: Campos (2017) adaptado de WHITTLE et al. (2006).

O agendamento do tipo *"Best Case"* propõe que a lavra seja realizada por *"pushbacks"* e se preocupa com obtenção do maior VPL, como mostra a Figura 30. *"Pushbacks"* podem ser definidos como porções de materiais individuais e incrementais, partindo da parte da jazida que apresenta o maior valor econômico até a cava final. (CAMPOS, 2017).

Campos (2017) afirma que esse tipo de método valoriza o VPL, pois sugere que o minério e o estéril sejam lavrados ao mesmo tempo. Porém, nem sempre essa metodologia consegue ser aplicada por ter restrições operacionais.

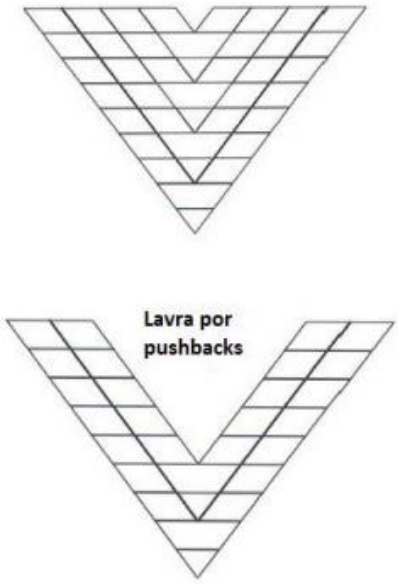
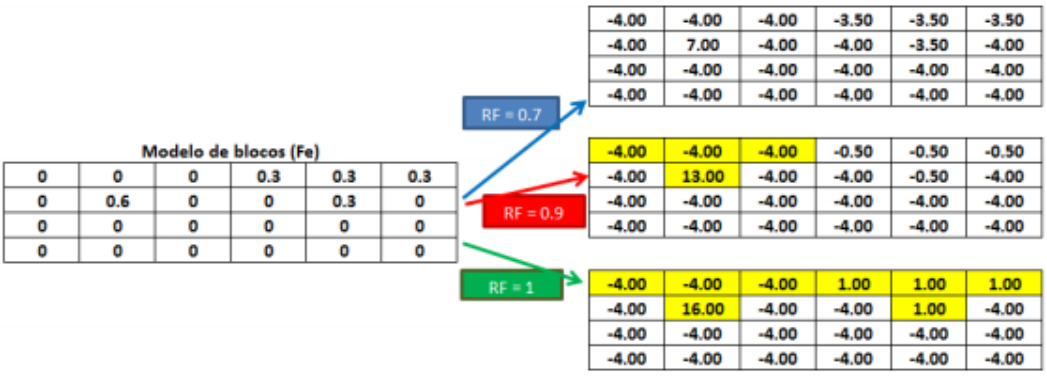



Figura 30 – Lavra usando Sequenciamento do tipo *"Best Case"*. Fonte: Campos (2017) adaptado de WHITTLE et al. (2006).

Esse tipo de agendamento apresenta pouco controle sobre a quantidade de material e sobre a produção, pois a lavra é fixada pela geometria usada pelo método, ou seja, pelas bancadas e pelos *"pushbacks"*.

Dessa maneira, surgiu uma nova metodologia de agendamento que propõe a retirada dos blocos de maneira individualizada. Souza (2016) afirma que o SDB leva em conta a correta taxa de desconto financeiro relativa ao período de lavra correspondente, pois considera que todos os blocos são lavrados no tempo zero. Além disso, Souza (2016), propõe que esse tipo de agendamento considera a cava final e o sequenciamento como um resultado natural da lavra de cada bloco, aproximando assim, da maneira que ocorre em um empreendimento.

A Figura 31, mostra a diferença que pode aparecer no VPL dependendo do tipo de sequenciamento escolhido. Percebe-se que o SDB gera um sequenciamento cujos resultados são maiores que o sequenciamento *"Best Case"*, o que seria explicado por considerar o fator tempo no agendamento da produção. Apesar de apresentar melhores resultados financeiros, o método apresenta complexidade computacional e, muitas vezes, pode retornar respostas operacionalmente inviáveis.




"Best Case"

$$NPV = -4 + \frac{-4}{(1.1)} + \frac{-4}{(1.1)^2} + \frac{16}{(1.1)^3} + \frac{1}{(1.1)^4} + \frac{1}{(1.1)^5} + \frac{1}{(1.1)^6} + \frac{1}{(1.1)^7} = 3.46$$

DBS

$$NPV = 1 + \frac{1}{(1.1)} + \frac{1}{(1.1)^2} + \frac{1}{(1.1)^3} + \frac{-4}{(1.1)^4} + \frac{-4}{(1.1)^5} + \frac{-4}{(1.1)^6} + \frac{16}{(1.1)^7} = 4.22$$

Figura 31 – Exemplo de modelo de blocos com diferentes VPL, de acordo com o sequenciamento escolhido. Fonte: Campos (2017) adaptado de Morales (2005).

# 4. Metodologia e Desenvolvimento

## 4.1 Informações do Depósito

Para realização deste trabalho utilizou-se o banco de dados de furos de sondagem disponível no livro “Open Pit Mine Planning and Design: CSMine and MicroMODEL”, que apresenta informações como, geologia, geotecnia, dados metalúrgicos e financeiros, de alguns depósitos minerais ao redor do mundo.

O depósito mineral estudado é conhecido como Radomiro Tomic (CODELCO Norte) e pertence à empresa Corporación Nacional del Cobre de Chile (CODELCO). Localiza-se na porção norte do Chile, a cerca de 1700 km ao norte de Santiago, e encontra-se à 3000 m acima do nível do mar. A Figura 32 apresenta localização do depósito em relação à capital do Chile.

Figura 32: Mapa com a localização de Radomiro Tomic. Fonte: Google Maps.

Os principais minerais de cobre presentes no depósito são a crisocola ($Cu_2H_2Si_2O_5(OH)_4$), que forma a parte superior oxidada, e atacamita ($Cu_2Cl(OH)_3$), geralmente localizada abaixo do crisocola. Juntos esses dois minerais correspondem a cerca de 60% do depósito local.

Radomiro Tomic encontra-se próximo à mina de Chuquicamata, como é possível observar na Figura 33, e devido a isso, seu minério é transportado diariamente para concentração na Divisão de Chuquicamata. Atualmente, é um importante produtor de cátodos de cobre de alta qualidade com baixo custo. Segundo a empresa, em 2017, Radomiro Tomic alcançou uma produção de, aproximadamente, 319 mil toneladas de cobre fino.

Figura 33: Visão em satélite das minas de Chuquicamata e Radomiro Tomic. Fonte: Google Maps.

As características referentes ao depósito foram obtidas por meio do livro “Open Pit Mine Planning and Design – Volume 2” e podem ser encontradas na Tabela 01.

Tabela 01 - Características do Depósito

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Densidade (t/m$^3$) | 2,59 |
| Teor de Corte (%) | 0,20 |
| Teor Médio (%) | 0,59 |
| Recuperação (%) | 78 |
| Acréscimo Mineração e Transporte (R$/nível) | -0,10 |
| Administrativo (R$/t) | -0,24 |
| Processamento (R$/t) | -1,20 |
| Mineração e Transporte (R$/t) | -0,60 |
| Refinaria (R$/lb) | -0,24 |
| Custo de Venda (R$/lb) | 0,02 |
| Preço Minério (R$/lb) | 3,00 |
| Produção Anual (t/ano) | 30.000.000,00 |
| Altura de Bancada (m) | 15,00 |
| Ângulo de Talude (º) | 45 |
| Taxa de Desconto (%) | 10 |

## 4.2 Definição de Cavas por Cones Flutuantes

O CSMine é um software fornecido juntamente com o segundo volume do livro Open Pit Mine Planning & Design, de William A. Hustrulid e Mark Kuchta. É um software simples, utilizado neste trabalho para a realização da compositagem dos furos de sonda, estimação dos teores por IQD e Krigagem e, por fim, a definição dos limites de cava por meio da técnica de Cones Flutuantes.

### 4.2.1 Localização dos Furos de Sondagem

A partir das informações referentes às coordenadas dos furos de sonda do depósito estudado, é possível verificar como as amostragens foram espacialmente distribuídas, conforme é mostrado na Figura 34.

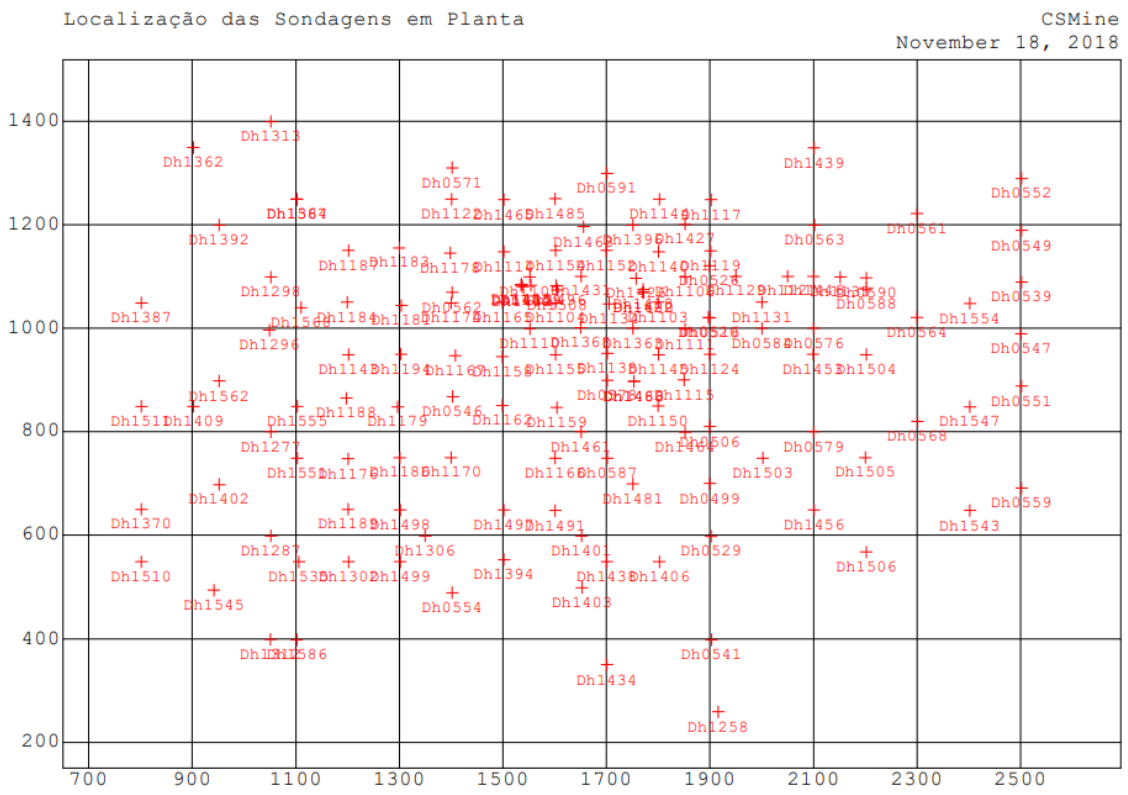



Figura 34 - Localização das Sondagens em Planta. Fonte: Autoras.

### 4.2.2 Compositagem

Utilizando o CS Mine, foi realizada a composição dos teores para as amostras da base de dados estudada, sendo utilizados os parâmetros presentes na Tabela 02:

Tabela 02 – Parâmetros utilizados no cálculo das compósites.

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Cota da Maior Bancada (m) | 3013 |
| Intervalo de Composição (m) | 15 |
| Número de Intervalos | 1000 |

A composição foi feita com base no tamanho de bancada a partir da maior elevação encontrada entre os furos. Sendo assim, o intervalo considerado para divisão das amostras foi correspondente à altura da bancada. Utilizou-se o número máximo de intervalos permitidos pelo programa para se obter resultados mais precisos e garantir que todos os furos fossem igualmente avaliados em toda a sua extensão.

### 4.2.3 Variograma

O variograma é uma importante ferramenta para obtenção de informações acerca da variabilidade e do comportamento espacial dos teores do depósito. Devido a isso, para realização da estimativa por krigagem, fez-se necessária a construção de um variograma experimental com base nos dados disponíveis.

O programa permite produzir entre 1 e 8 variogramas, partindo da direção escolhida e, para uma análise abrangente, foram realizados cinco variogramas, com tolerância angular de 45º, sendo que o primeiro partiu da direção horizontal 0º. Os parâmetros usados para elaboração do variograma estão apresentados na Tabela 03.

Tabela 03 - Dados utilizados elaboração do Variograma

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Número de Variogramas | 5 |
| Direção Horizontal do Primeiro Variograma | 0 |
| Direção Horizontal de Incremento | 45 |
| Janela de Busca | 45° |
| Tamanho da Célula | 50 |
| Número de Células | 18 |
| Altura de Bancada (m) | 15 |

Com os pontos encontrados no cálculo do variograma, foi definido o modelo que apresenta os parâmetros que mais se adequaram aos pontos do variograma, e os resultados estão representados na Tabela 04.

Tabela 04 – Parâmetros do Variograma

| Parâmetro | Dados |
|---|---|
| Modelo | Esférico |
| Efeito Pepita ($C_0$) | 0,10 |
| Patamar (C) | 0,11 |
| Alcance na Direção Horizontal 0° (m) | 290 |

Com todos os parâmetros definidos, observa-se uma boa adequação do modelo aos pontos experimentais, independente da direção analisada. Isso demonstra que o depósito, de uma maneira em geral, apresenta uma boa correlação espacial entre os teores. Os variogramas obtidos no programa CSMine estão nas Figuras 35 a 37. A comparação dos variogramas demonstra que o fenômeno pode ser considerado isotrópico.

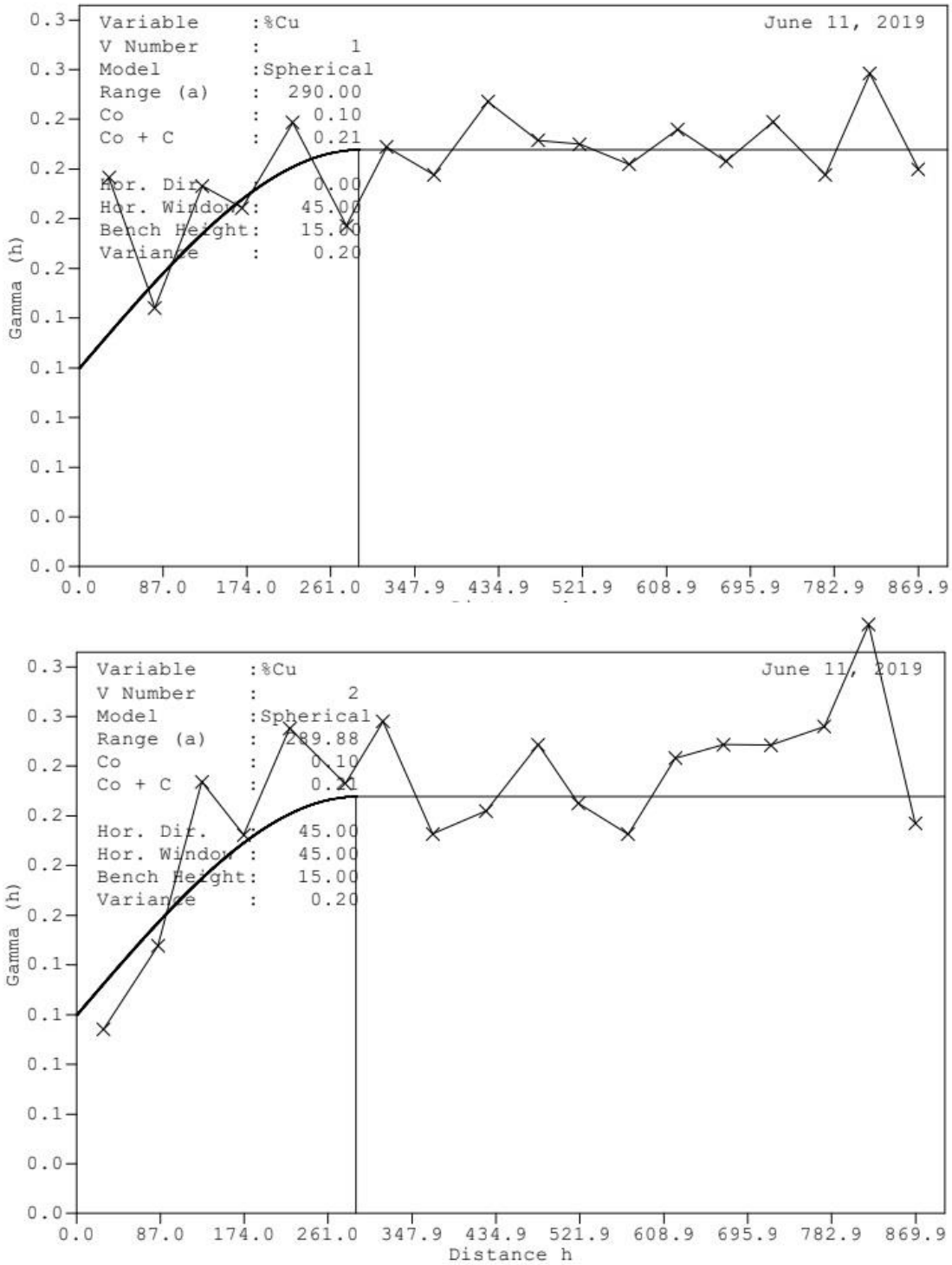
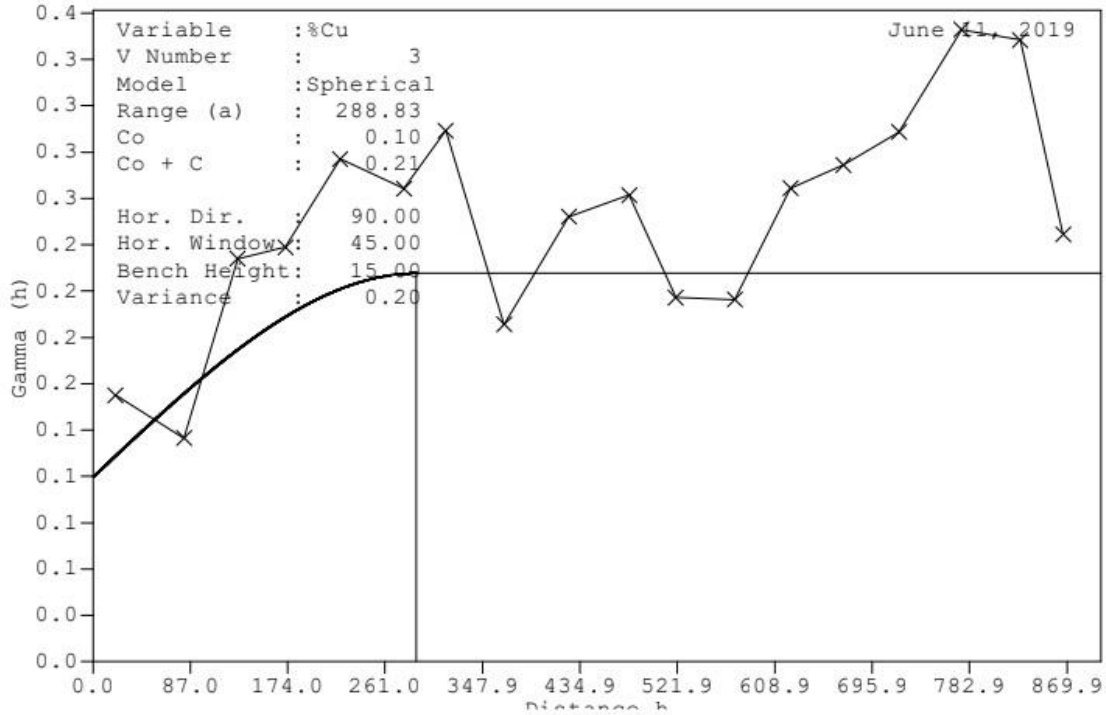



Figura 35: Variograma nas direções 0 e 45. Fonte: CSMine. Fonte: Autoras.



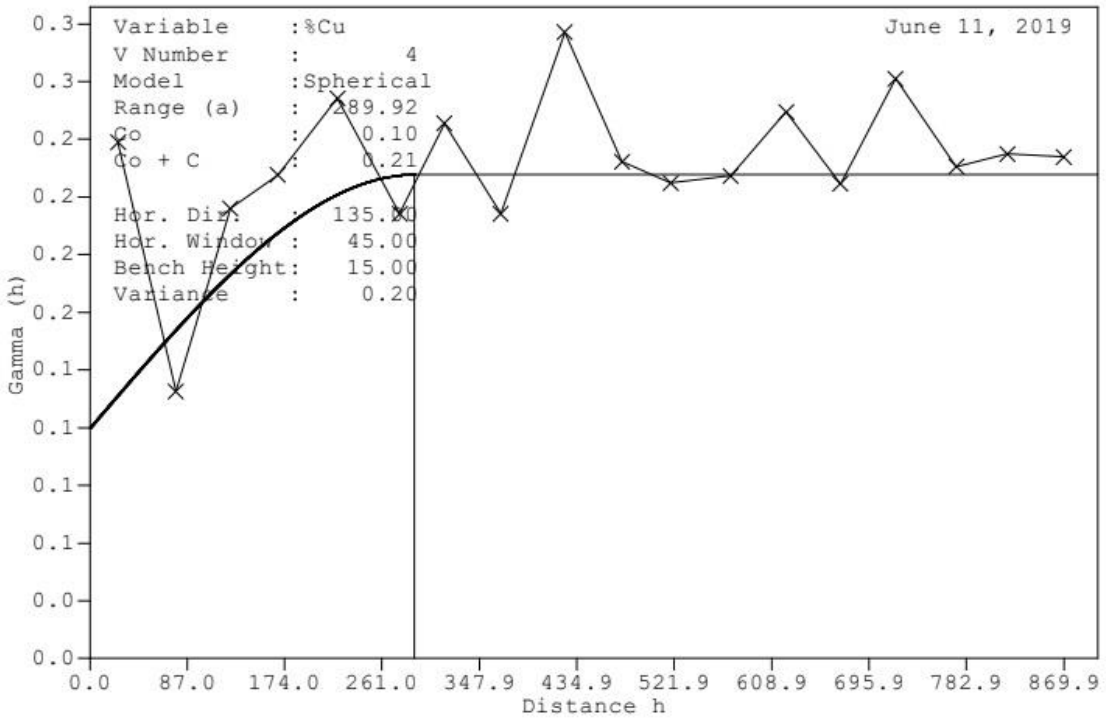




Figura 36: Variograma nas direções 90 e 135. Fonte: CSMine. Fonte: Autoras.

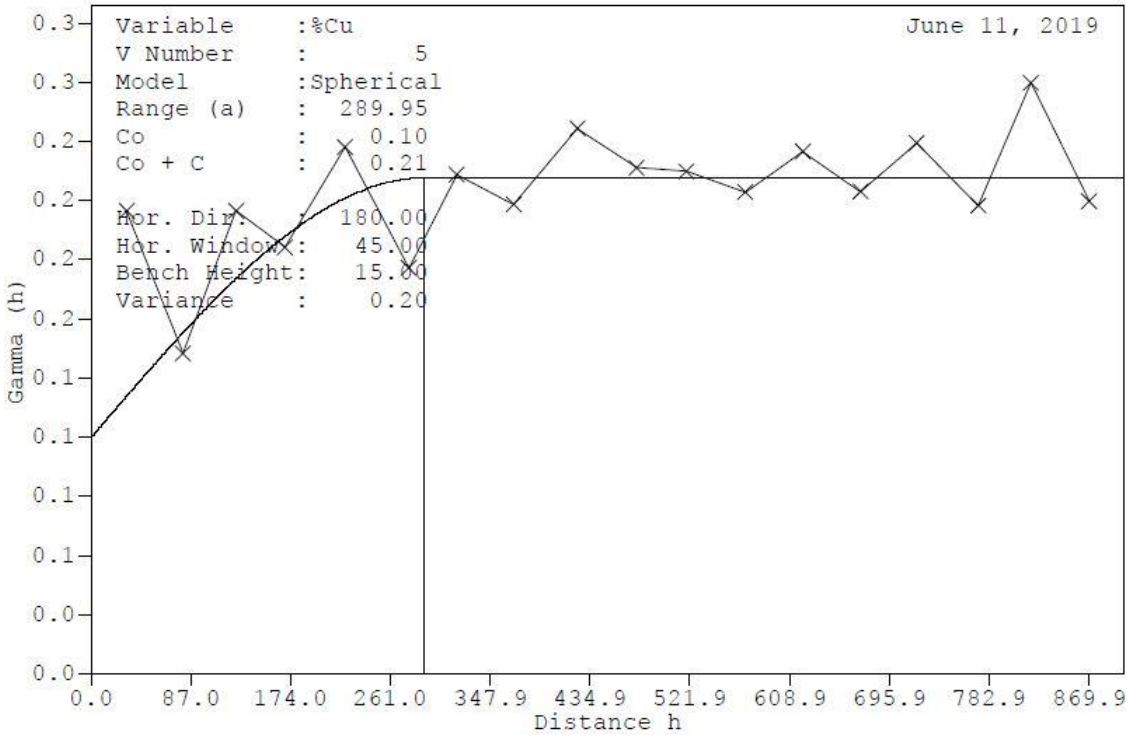



Figura 37: Variograma na direção 180. Fonte: CSMine. Fonte: Autoras.

### 4.2.4 Modelo de Blocos

Conhecendo os dados dos furos de sonda e dos teores presentes, tornou-se possível obter o modelo de blocos do depósito estudado usando o software CSMine. O objetivo do modelo de blocos é representar, na área de interesse, o teor de cada região, definindo assim, o corpo mineral e a rocha encaixante. A obtenção de um modelo de blocos bem elaborado interfere diretamente no planejamento de lavra, pois segundo os teores de corte e os valores econômicos, define-se quais blocos devem ser lavrados.

Para a elaboração do modelo de blocos, o CSMine solicita a entrada de alguns parâmetros, sendo eles: as coordenadas, o número de blocos pretendido e o tamanho de cada um deles, a Tabela 05 apresenta os valores escolhidos. As coordenadas foram definidas de acordo com a posição dos furos de sonda no mapa de sondagem.

Tabela 05: Parâmetros do Modelo de Blocos.

| Parâmetro | X | Y | Z |
|---|---|---|---|
| Coordenadas Base (m) | 720 | 260 | 3013 |
| Dimensões do Bloco (m) | 50 | 50 | 15 |
| Número de Blocos (m) | 45 | 30 | 15 |

### 4.2.5 Estimativas por IQD e Krigagem

Para a realização das estimativas tanto por IQD quanto por Krigagem, foram utilizados os parâmetros do modelo de blocos presentes na Tabela 05, sendo definida uma distância máxima de busca igual a 200 metros para ambos os casos, de forma a utilizar um mesmo parâmetro nas duas estimativas. No caso do IQD a definição deste raio é arbitrária, enquanto na Krigagem é adequado que seja, no máximo, o alcance do variograma. Com isso, foi determinado o comportamento espacial dos teores do mineral ao longo do modelo de blocos. Como o CSMine apresenta apenas visualização em 2D, o arquivo com os resultados das estimativas foi exportado e aplicado em um segundo software, o Doppler, o qual será especificado nos próximos tópicos. As Figuras 38 e 39 apresentam os modelos de blocos encontrados para cada estimativa.

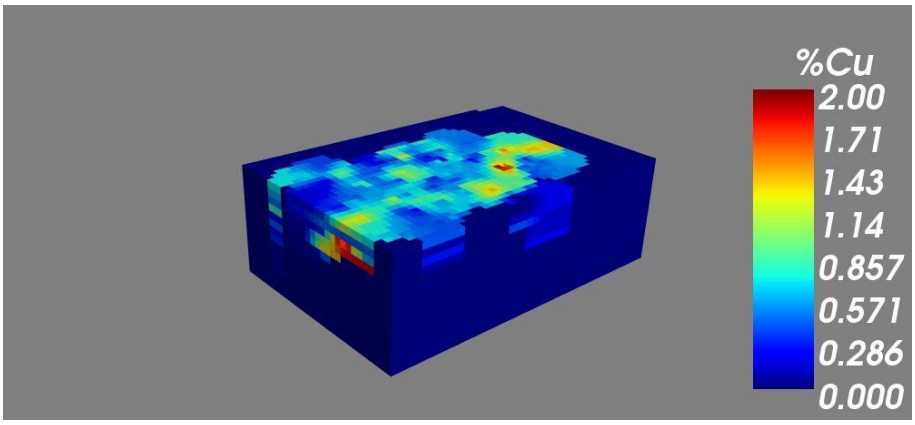



Figura 38 – Modelo de Blocos definido com utilização do método de estimativa clássico, IQD. Fonte: Autoras.

Para a Krigagem, também foi necessário aplicar parâmetros obtidos através dos variogramas, sendo eles apresentados na Tabela 04.

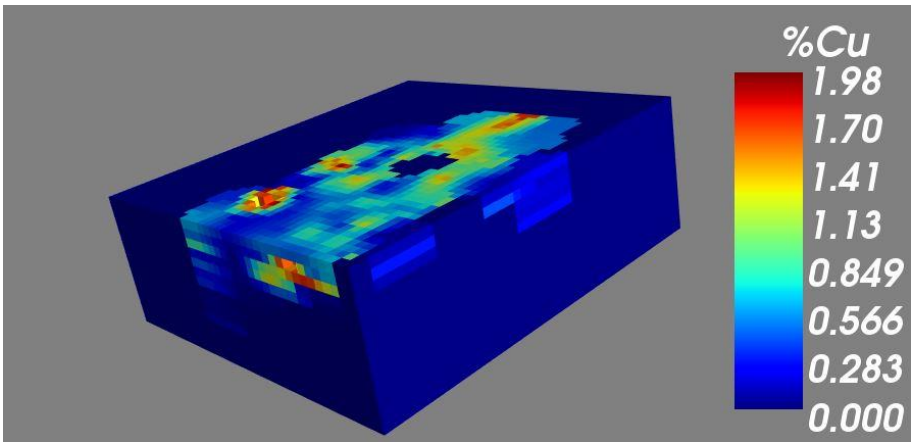



Figura 39 – Modelo de Blocos definido com a utilização do método geoestatístico de Krigagem Ordinária. Fonte: Autoras.

### 4.2.6 Valor Econômico de Blocos

Para se definir o valor econômico associado a cada bloco é feita uma avaliação dos custos e das receitas que estariam relacionadas a ele no caso de sua extração. Com base nas informações sobre as características do bloco é possível determinar o VEB conforme as Equações 1 e 2. Mais detalhadamente, Peroni (2007) descreve a função benefício da seguinte forma:

$$F_{benefício} = Receitas - Custos \qquad Equação\ 9$$

$$F_{benefício} = R*T*P-(C_l+C_p+C_{G\&A}) \quad Equação\ 10$$

sendo:

R = recuperação global da planta

T = teor do bloco

P = preço de venda do bem mineral

$C_l$ = custo de lavra

$C_p$ = custo de processo

$C_{G\&A}$ = custos gerais e administrativos

Com base nas informações conhecidas do depósito e utilizando parâmetros econômicos compatíveis com empreendimentos semelhantes, foi feita a valoração dos

blocos do modelo. Os dados utilizados são mostrados na Tabela 01. A partir dessas informações, o CSMine calcula e gera uma coluna de valor para cada um dos blocos.

### 4.2.7 Cavas por Cones Flutuantes

Definidos os valores econômicos dos blocos, é possível visualizar quais blocos serão extraídos da cava, conforme as Figuras 39 e 40 a seguir. Nota-se um resultado visualmente semelhante, cujas diferenças são os valores associados aos blocos. Como já mencionado, o software apresenta apenas visualização em 2D, assim, podemos verificar a forma da cava final através das seções.

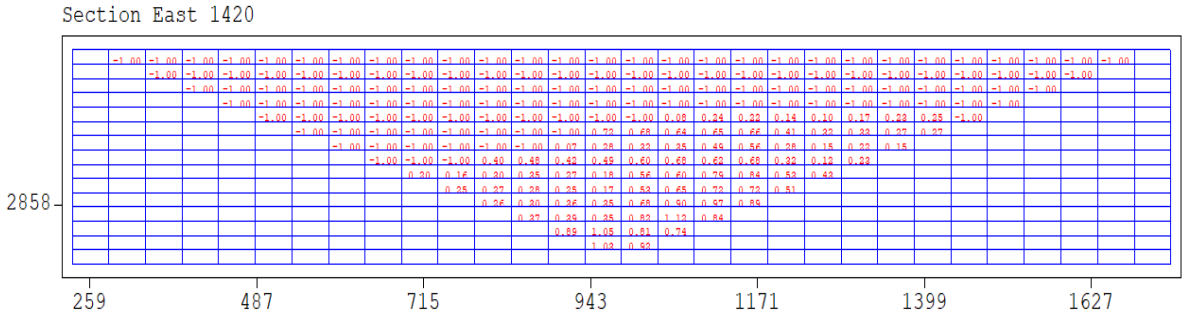



Figura 39 – Exemplo de uma seção do modelo de blocos por IQD após aplicação da técnica de Cones Flutuantes. Fonte: Autoras.

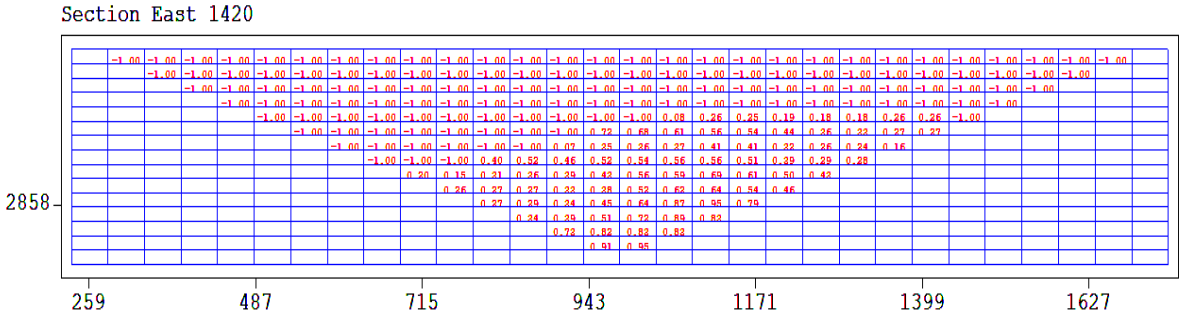



Figura 40 – Exemplo de uma seção do modelo de blocos por Krigagem após aplicação da técnica de Cones Flutuantes. Fonte: Autoras.

Da mesma forma como foi feito para o modelo de blocos, estes resultados foram exportados e lançados no Doppler, para visualização do sólido em 3D. As Figuras 41 e 42 a seguir mostram, respectivamente, os resultados para IQD e para Krigagem.

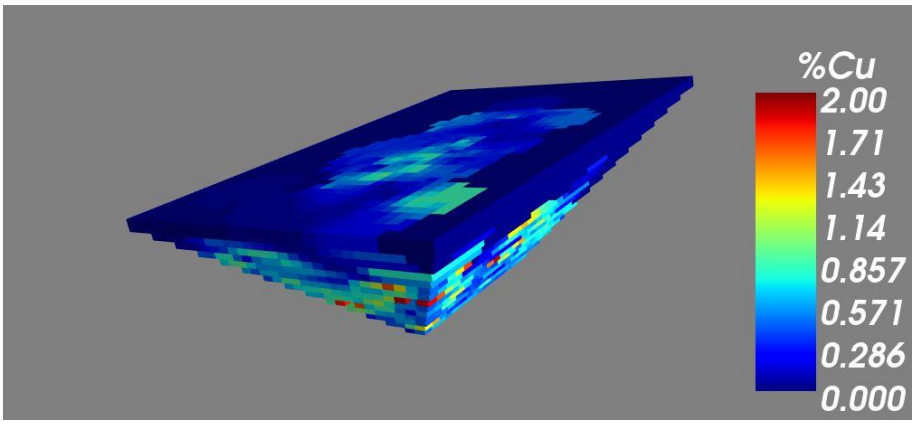


Figura 41 – Sólido retirado da cava final definida por meio da técnica de Cones Flutuantes a partir do método de IQD. Fonte: Autoras.

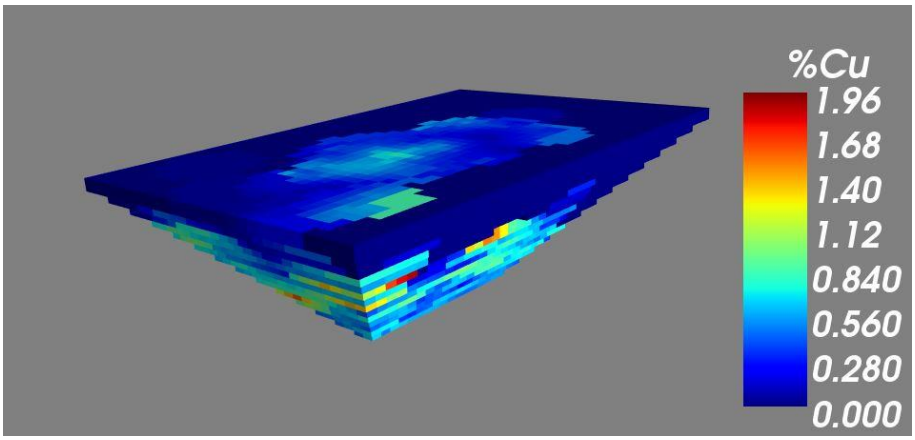


Figura 42 – Sólido retirado da cava final definida por meio da técnica de Cones Flutuantes a partir do método de Krigagem. Fonte: Autoras.

## 4.3. Definição de Cavas por Lerchs-Grossmann

DOPPLER é um software de planejamento mineral a céu aberto que fornece ferramentas para tomadas de decisão com objetivo de maximizar o lucro final. Ele possui ferramentas para realização de um planejamento estratégico fornecendo o resultado econômico, as cavas aninhadas, a seleção de fases de produção e o sequenciamento. Além disso, ele apresenta uma ferramenta para visualização do modelo de blocos, o que permite analisar as características do depósito mineral a ser estudado. Neste presente trabalho o DOPPLER foi usado com o objetivo de visualizar o comportamento do corpo mineral, obter as cavas aninhadas pelo método de Lerchs-Grossman, o sequenciamento pelo método tradicional e por Sequenciamento Direto de Blocos.

### 4.3.1. Definição de Cavas Aninhadas

Para se definir as cavas aninhadas, é necessário criar uma restrição referente aos ângulos de talude da mina, conforme definido na Tabela 01. Foi utilizado um intervalo de *"revenue factor"* variando de 0 a 1, utilizando um espaçamento de 0,2, criando, então, um total de 5 cavas aninhadas.

Para a valoração dos blocos no software é realizado um cálculo que maximize o valor da cava, considerando que o algoritmo de Lerchs-Grossmann é um otimizador. Sendo assim, o valor de cada bloco é definido como o resultado máximo entre as equações 11a e 11b:

$$V = 0{,}01 \times R \times G \times T \times F \times (r_f \times P - C_s) - (C_m + C_p) \times T \qquad \textit{Equação 11a}$$

$$V = - C_m \times T \qquad \textit{Equação 11b}$$

onde,

V = valor do bloco (saída)

R = recuperação

G = teor do bloco

T = tonelagem do bloco

F = fator de conversão (toneladas para libras)

$r_f$ = *"revenue factor"*

P = preço do minério

$C_s$ = custo de venda

$C_m$ = custo de mina

$C_p$ = custo de processamento

As Equações 9 e 11 são iguais, mas utilizam os parâmetros de maneira diferente na definição dos valores dos blocos.

A maior parte destes parâmetros foi apresentada na Tabela 01. A tonelagem de bloco foi calculada com base nas dimensões do bloco e sua densidade. O fator de conversão de toneladas para libras é igual a 2204,62 lb/t.

Os fatores citados são comuns aos métodos de IQD e de Krigagem. A diferença entre os resultados será dada pelas distinções existentes nos modelos de blocos de cada um deles, conforme apresentado nas Figuras 44 a 49.

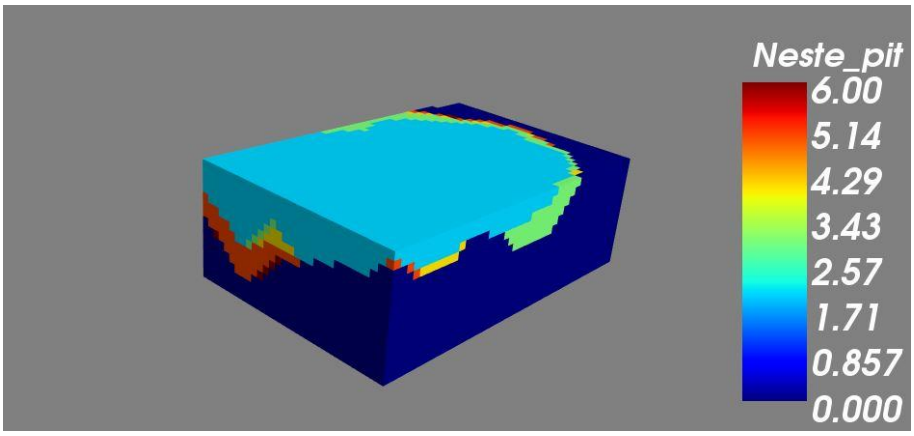



Figura 44 – Cavas aninhadas definidas pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pelo método de IQD. Fonte: Autoras.

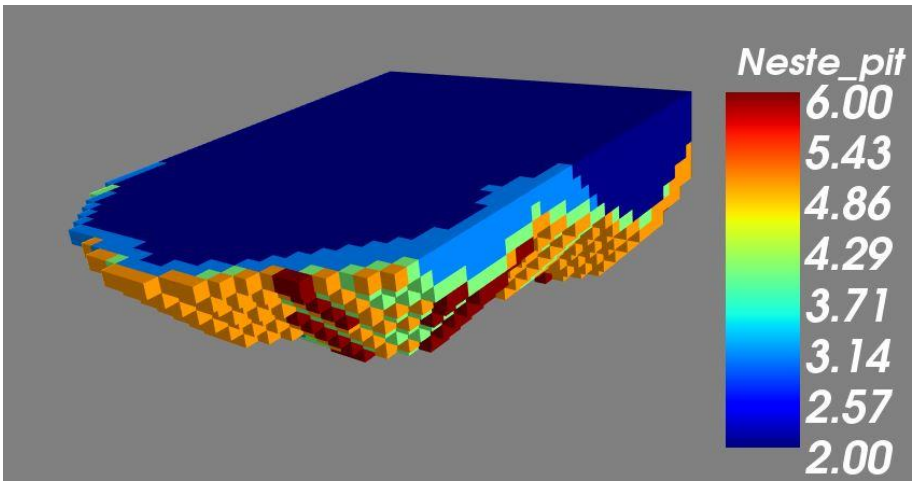



Figura 45 – Sólido que representa os blocos que serão extraídos da mina considerando as cavas aninhadas obtidas pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pelo método de IQD. Fonte: Autoras.

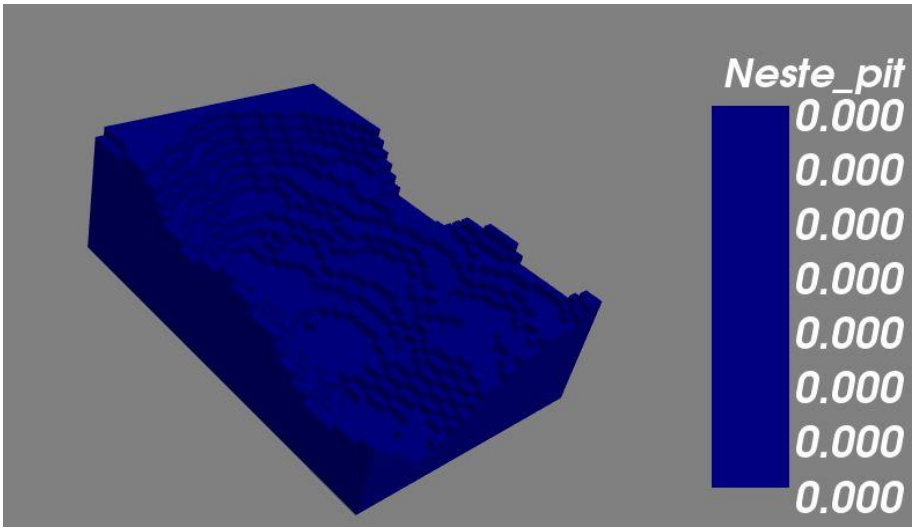



Figura 46 – Cava final definida pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pelo método de IQD. Fonte: Autoras.

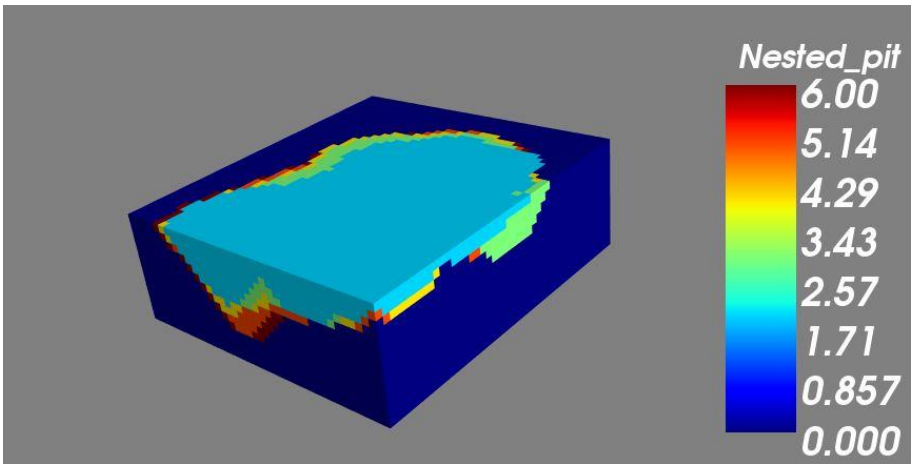



Figura 47 – Cavas aninhadas definidas pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pelo método de Krigagem. Fonte: Autoras.

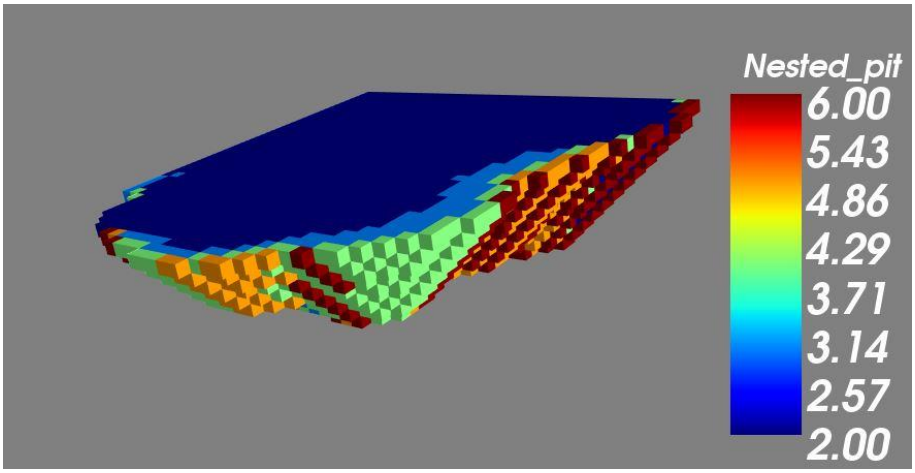



Figura 48 – Sólido que representa os blocos que serão extraídos da mina considerando as cavas aninhadas obtidas pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pelo método de Krigagem. Fonte: Autoras.

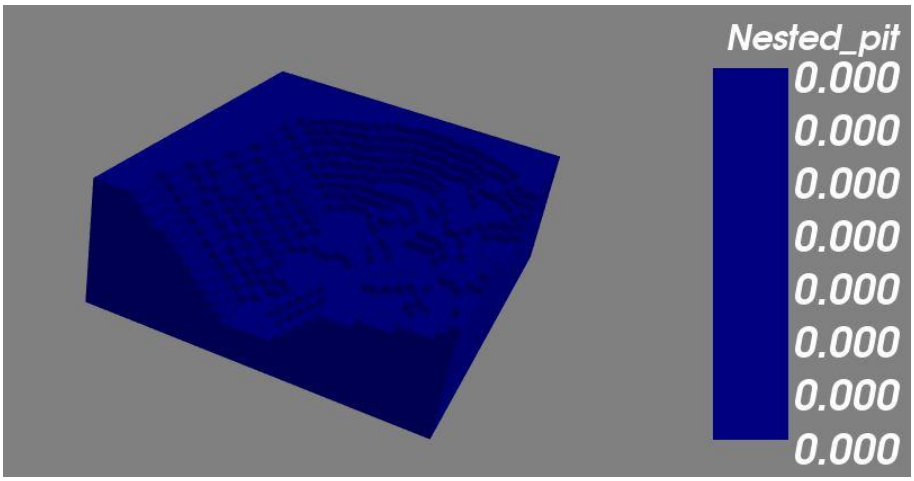



Figura 49 – Cava final definida pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pelo método de Krigagem. Fonte: Autoras.

### 4.3.2. Sequenciamento Tradicional

O sequenciamento tradicional dos blocos foi realizado em dois casos: *"Worst Case"* e *"Best Case"* e para realização de tal, foi usada uma ferramenta do software DOPPLER que permite, por meio da definição de alguns parâmetros e das cavas aninhadas obtidas, a obtenção de cada um deles. Para a realização dos dois casos foi necessário utilizar a produção anual definida na Tabela 01.

#### 4.3.2.1. *"Worst Case"*

O *"Worst Case"* leva em consideração um sequenciamento de blocos de acordo com as bancadas definidas por Lerchs-Grossmann, desde a mais superficial até a mais profunda. Neste caso, foi utilizado um valor de *"revenue factor"* igual a 1, de modo a abranger todos os blocos da cava final. As Figuras 50 e 51 representam os resultados encontrados.

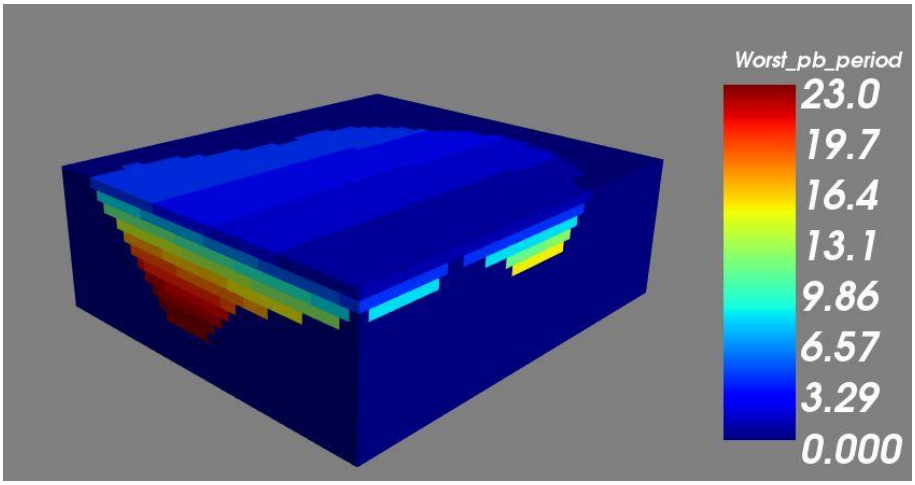



Figura 50: *"Worst Case"* definido pelo método de Krigagem. Fonte: Autoras.

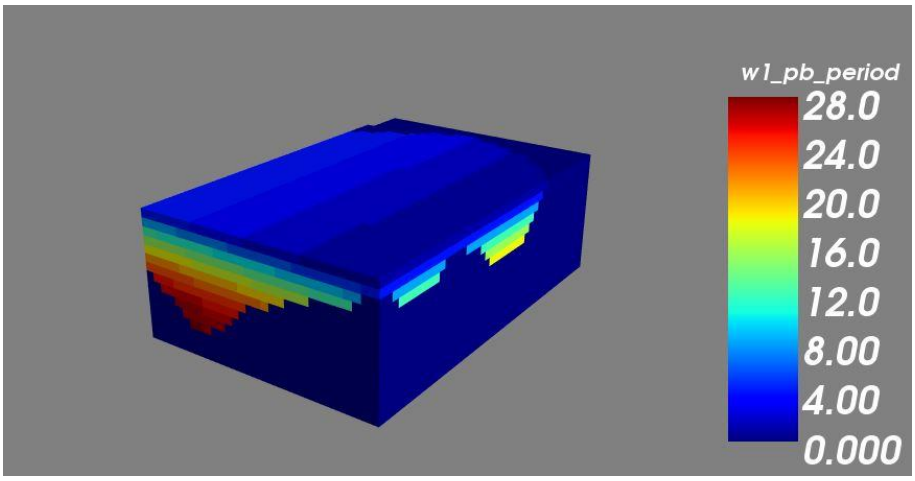



Figura 51: *"Worst Case"* definido pelo método de IQD. Fonte: Autoras.

#### 4.3.2.1. *"Best Case"*

O *"Best Case"* leva em consideração um sequenciamento de blocos de acordo com os *"pushbacks"* encontrados após a definição das cavas aninhadas. Sendo assim, todos os valores de "*revenue factor*" foram selecionados para que todas estas cavas sejam sequenciadas, como observado nas Figuras 52 e 53.

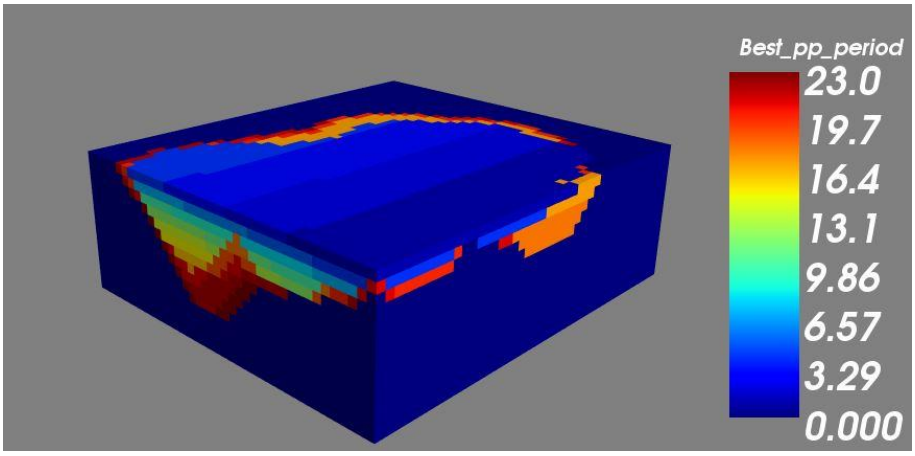



Figura 52: *"Best Case"* definido pelo método de Krigagem. Fonte: Autoras.

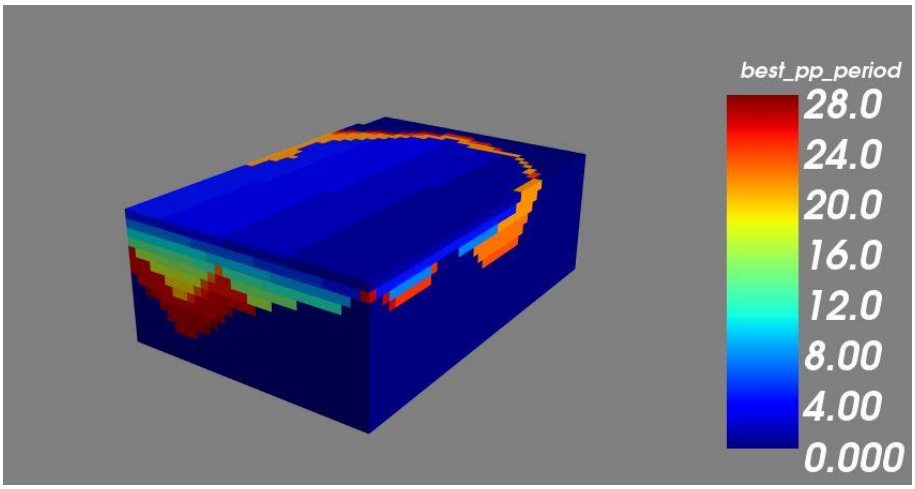



Figura 53: *"Best Case"* definido pelo método de IQD. Fonte: Autoras.

### 4.3.1. Sequenciamento Direto de Blocos (SDB)

Para a realização do SDB o DOPPLER utiliza dados fornecidos após a otimização do modelo de blocos por Lerchs-Grossmann.

O tempo horizontal proposto foi o mesmo encontrado pelo Sequenciamento Direto para cada método, dessa forma, definiu-se um tempo horizontal de 28 e 23 anos para IQD e Krigagem, respectivamente. Definiu-se o destino de cada material, sendo o do minério a planta e do estéril a pilha. A taxa de desconto utilizada e a produção anual estão presentes na Tabela 01. As Figuras 54 a 59 representam os resultados obtidos em cada um dos métodos.

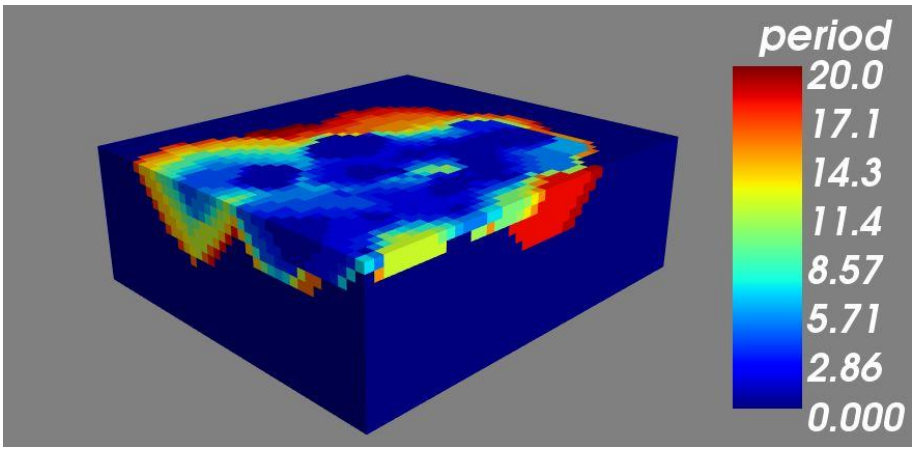



Figura 54: SDB definido pelo método de Krigagem. Fonte: Autoras.

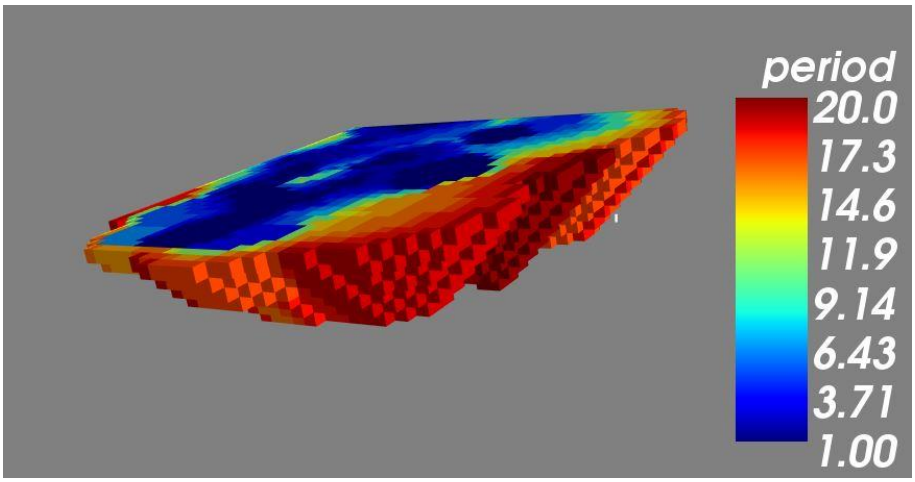



Figura 55– Sólido que representa os blocos que serão extraídos de acordo com o SDB pelo método de Krigagem. Fonte: Autoras.

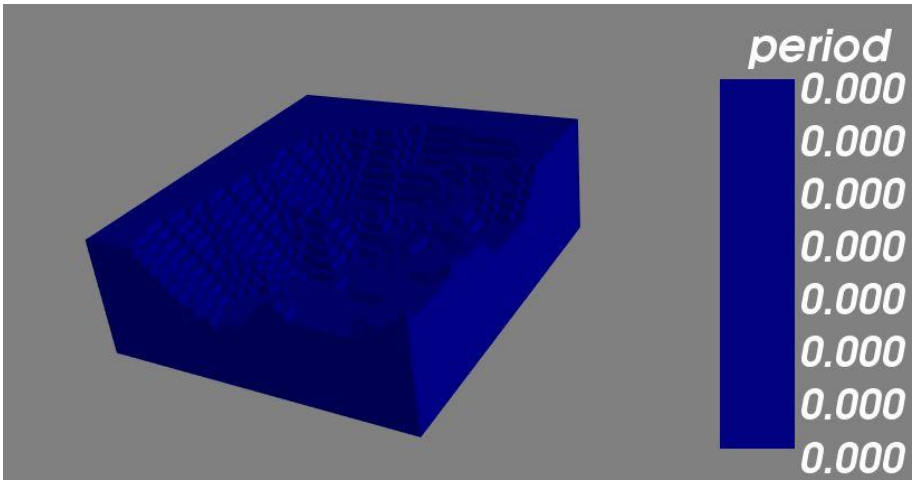



Figura 56 – Cava final definida pelo SDB pelo método de Krigagem. Fonte: Autoras.

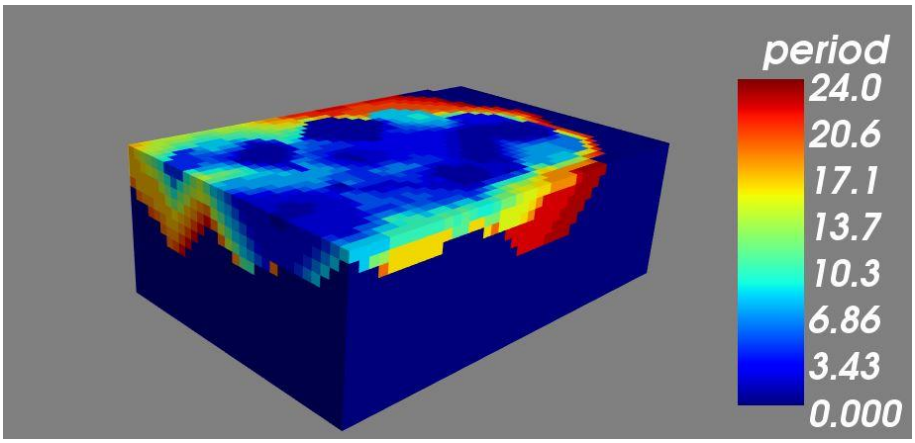



Figura 57: SDB definido pelo método de IQD. Fonte: Autoras.

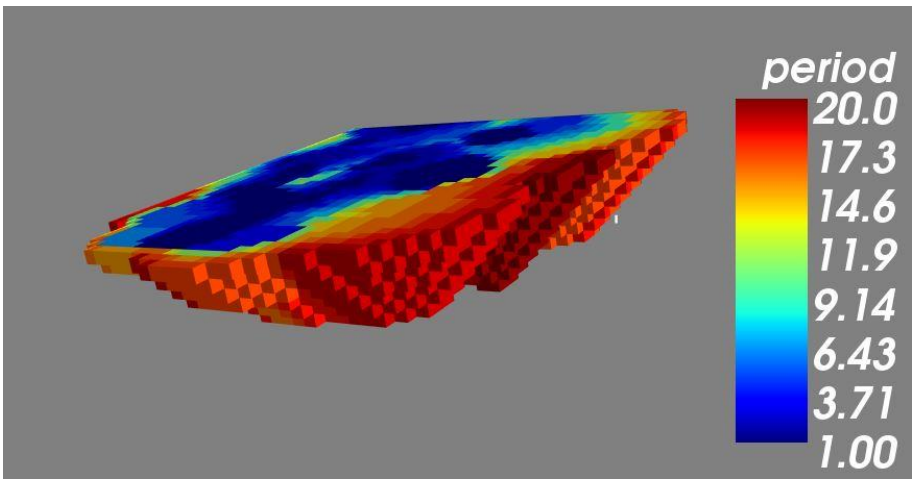



Figura 58 – Sólido que representa os blocos que serão extraídos de acordo com o SDB pelo método de IQD. Fonte: Autoras.

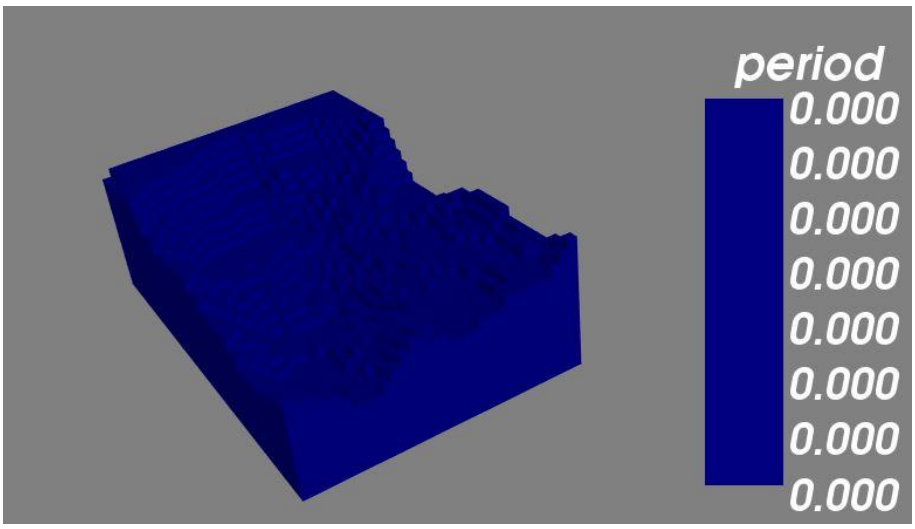



Figura 59 – Cava final definida pelo SDB pelo método de IQD. Fonte: Autoras.

# 5. Resultados e Discussões

A partir dos resultados obtidos em ambos os softwares utilizados, foram feitas análises econômicas referentes a cada uma das cavas finais definidas, a fim de se determinar aquela que apresentava o melhor retorno financeiro.

Para cada um dos casos analisados foram encontrados os valores finais da cava, sendo os resultados apresentados na Tabela 06.

Tabela 06 – Valores finais de Cava

| | IQD | | Krigagem | |
|---|---|---|---|---|
| **Cones Flutuantes** | R$ | 5.444.299.745,80 | R$ | 5.443.953.850,67 |
| **Lerchs-Grossmann** | R$ | 14.502.476.462,90 | R$ | 10.997.376.339,90 |

Com base nestes valores é possível perceber que o algoritmo de Lerchs-Grossmann é economicamente melhor quando comparado à técnica de Cones Flutuantes. Este resultado poderia ser explicado pelo fato de o ALG ser um otimizador na definição da cava final, ou seja, busca sempre a melhor solução econômica para o empreendimento, enquanto a técnica de Cones Flutuantes nem sempre irá retornar uma resposta ótima.

Comparando os métodos estimativos, nota-se que há uma discrepância, sendo que a estimativa clássica resultou em valores econômicos mais elevados. Considerando que o método de Krigagem é mais assertivo, acredita-se que o IQD tenha superestimado a reserva. Para este método a diferença entre à técnica de Cones Flutuantes e ALG é cerca de 62%, enquanto para Krigagem foi de cerca de 50%. Percebe-se, ainda, que essa diferença entre os métodos estimativos é mais significativa para o ALG, pois, considerando seu caráter otimizador, somado ao fato de o IQD classificar mais blocos como minério, a cava final obtida foi maior.

Após a realização dos sequenciamentos nas cavas obtidas por meio do ALG, foram encontrados os VPLs associados a cada uma delas. A Tabela 07 mostra esses valores.

Tabela 07 – Valor Presente Líquido das Cavas após Sequenciamento

| | IQD | | Krigagem | |
|---|---|---|---|---|
| ***"Best Case"*** | R$ | 6.404.454.419,75 | R$ | 5.554.184.127,23 |
| ***"Worst Case"*** | R$ | 5.948.697.084,39 | R$ | 5.122.852.738,78 |
| **SDB** | R$ | 7.761.455.399,67 | R$ | 6.578.561.883,03 |

Conforme apresentado acima, o SDB retornou um VPL maior quando comparado aos métodos tradicionais de sequenciamento. Utilizando-se IQD, é observado que os valores econômicos encontrados para SDB apresentam uma divergência de, aproximadamente, 17% e 23% quando comparado ao *"Best Case"* e *"Worst Case"*, respectivamente. Por outro lado, para Krigagem essa diferença foi cerca de 16% e 22%.

Este fato pode ser justificado pela característica deste tipo de agendamento, que busca, progressivamente, os blocos de maior valor, como apresentado nas Figuras 60 e 61.

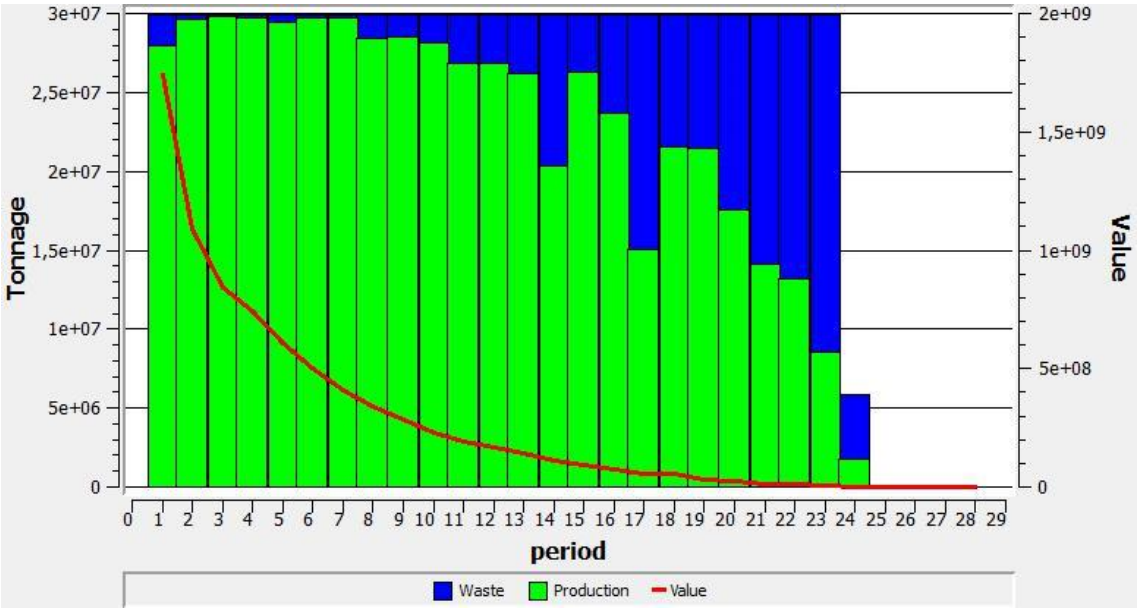



Figura 60 – Gráfico de produção anual da mina a partir do agendamento por SDB pelo método de IQD. Fonte: Autoras.

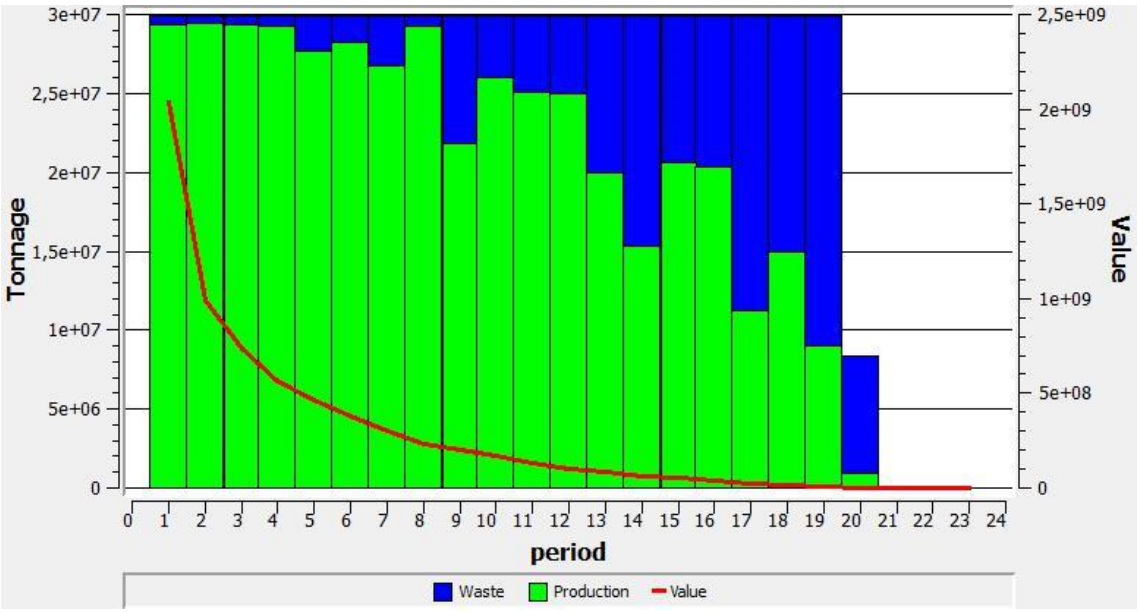



Figura 61 – Gráfico de produção anual da mina a partir do agendamento por SDB pelo método de Krigagem. Fonte: Autoras.

Percebe-se que usando o agendamento por SDB, os primeiros anos do empreendimento buscam retirar um maior volume de minério, aumentando as receitas obtidas neste período, buscando um lucro maior para pagar o investimento inicial e viabilizar a operação. Ao longo dos anos, ocorre uma inversão nessa característica, passando-se a extrair uma maior quantidade de estéril nos últimos anos de atividade da mina. Muitas vezes, os blocos a serem extraídos estão localizados em posições muito distantes entre si, fazendo com que a execução da lavra conforme o programa definido pela metodologia seja operacionalmente inviável.

No *"Best Case"* e no *"Worst Case"* verifica-se que há uma variação na relação de produção de estéril e minério a cada ano. Isso ocorre porque eles seguem, respectivamente, os *"pushbacks"* e as bancadas no processo de agendamento, portanto não existe uma seleção por valor de bloco. As Figuras 62 a 65 mostram os resultados encontrados.

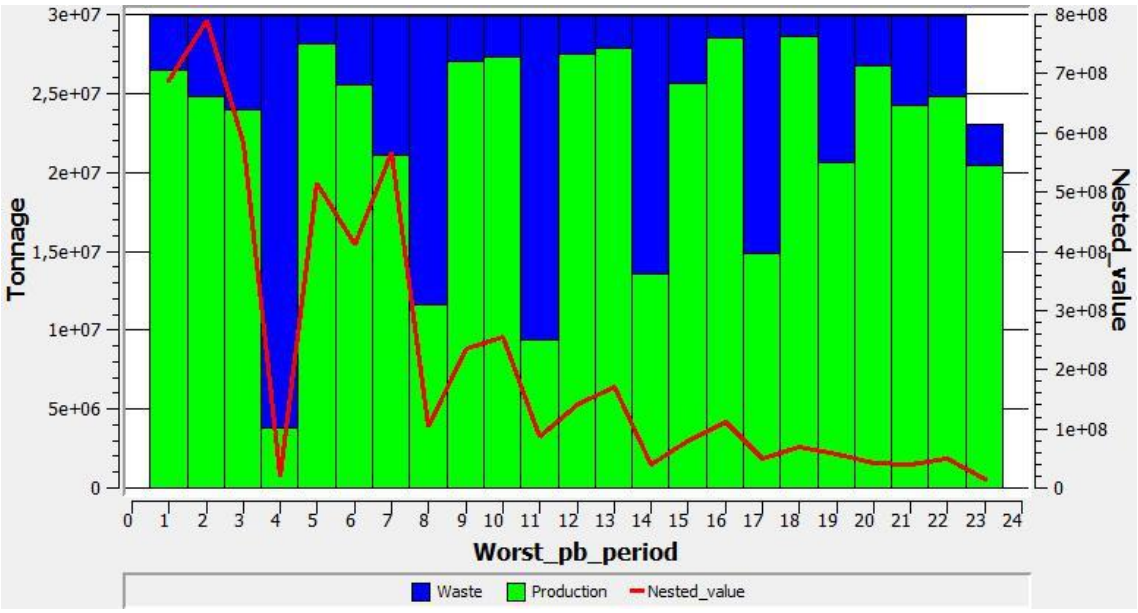



Figura 62 – Gráfico de produção anual da mina a partir do *"Worst Case"* pelo método de Krigagem. Fonte: Autoras.

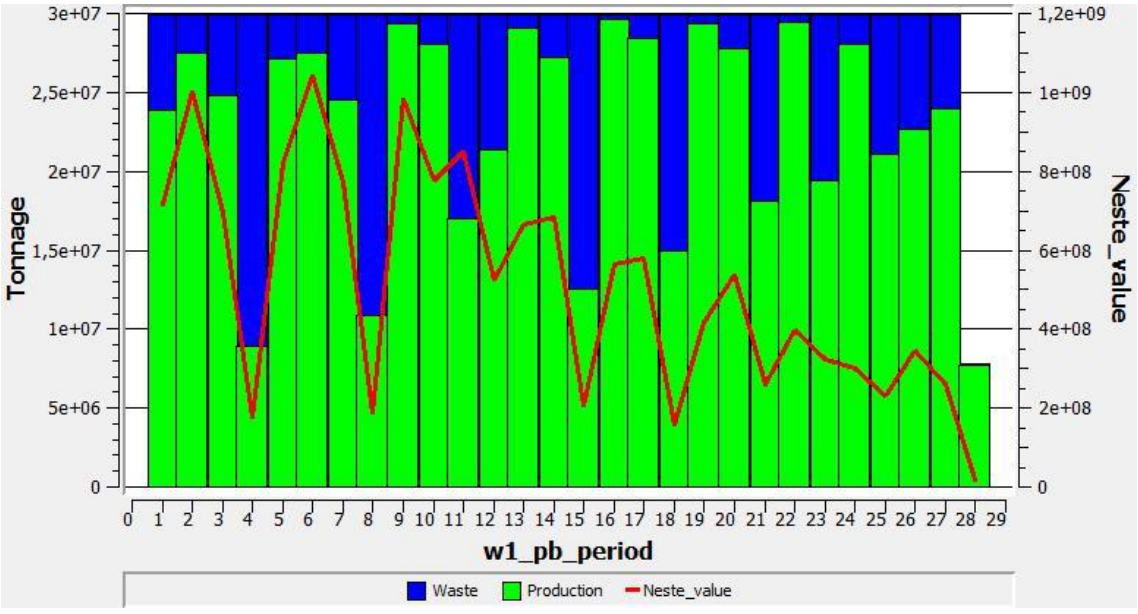



Figura 63 – Gráfico de produção anual da mina a partir do *"Worst Case"* pelo método de IQD. Fonte: Autoras.

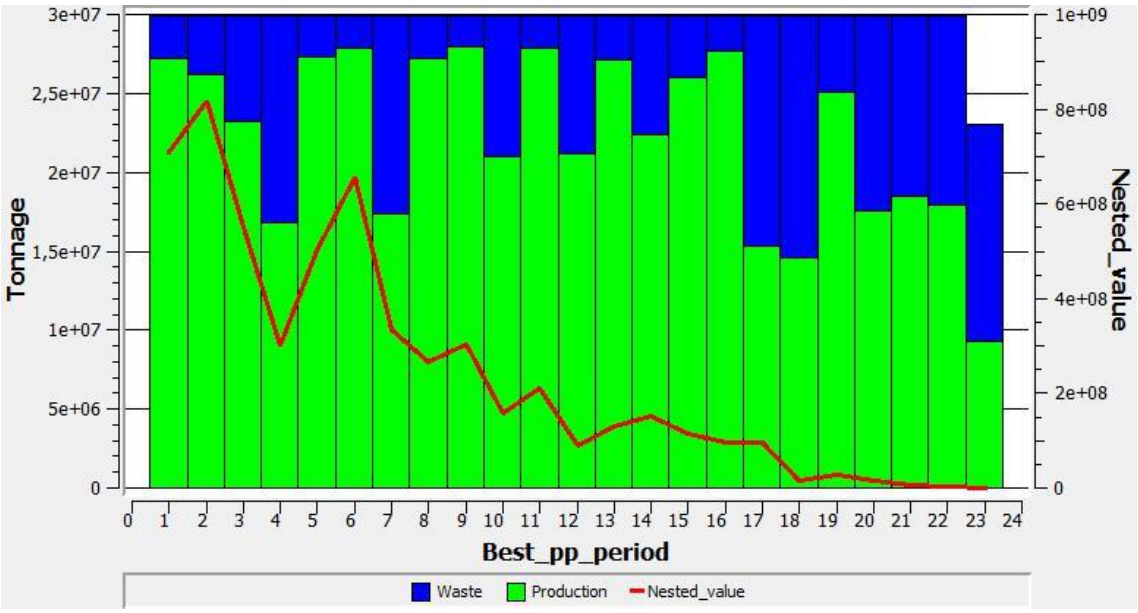



Figura 64 – Gráfico de produção anual da mina a partir do *"Best Case"* pelo método de Krigagem. Fonte: Autoras.

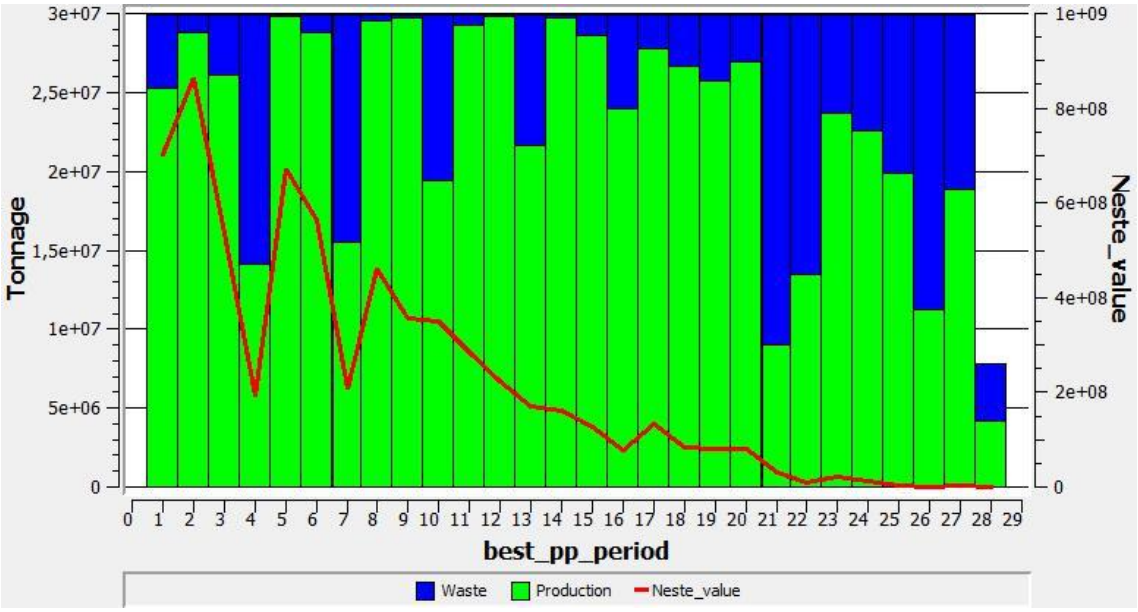



Figura 65 – Gráfico de produção anual da mina a partir do *"Best Case"* pelo método de IQD. Fonte: Autoras.

Percebe-se que há uma divergência na vida útil das minas obtidas por IQD e por Krigagem, em todos os tipos de agendamento. Este resultado era esperado considerando que, como já mencionado, a metodologia clássica de estimativa superestima a reserva, retornando uma cava final maior. No caso do SDB, a vida útil da mina foi mais curta devido a sua característica de buscar, prioritariamente, os blocos com melhores valores.

Os anos de atividade para cada um dos agendamentos e estimativas podem ser encontrados na Tabela 08.

Tabela 08 – Vida útil do empreendimento com base nos tipos de sequenciamento e estimativas

| | **IQD** | **Krigagem** |
|---|---|---|
| ***"Best Case"*** | 28 anos | 23 anos |
| ***"Worst Case"*** | 28 anos | 23 anos |
| **SDB** | 24 anos | 20 anos |

# 6. Conclusão

O método geoestatístico de Krigagem, quando comparado ao método clássico de IQD, retorna resultados mais acurados em relação à estimativa da reserva mineral. Isso poderia ser explicado pelo fato de ele levar em conta a correlação espacial entre as amostras, minimização a variância do erro de krigagem. A análise dos resultados obtidos permite concluir que, provavelmente, a metodologia de IQD fez uma superestimação da reserva, o que pôde ser observado a partir do tamanho das cavas finais encontradas por este método. Nota-se que, independentemente, da técnica usada para definir a cava final, a relação entre Krigagem e IQD permanece a mesma, ou seja, IQD sempre retornou resultados econômicos mais elevados.

Comparando-se o Algoritmo de Lerchs-Grossmann com a técnica de Cones Flutuantes, verificou-se uma diferença significativa no retorno financeiro, sendo ele maior no primeiro caso. Isso ocorre por se tratar de um algoritmo otimizador, buscando sempre maximizar as soluções econômicas para o empreendimento.

As quatro cavas resultantes a partir da combinação das metodologias de estimativa e de definição de limites de cava, forneceram resultados diferentes. A cava obtida utilizando-se a técnica de Cones Flutuantes a partir do modelo de blocos definido por Krigagem foi a que apresentou o menor valor econômico, pois considerando as restrições geométricas intrínsecas ao método, muitos blocos classificados como minério acabam não sendo lavrados. Por outro lado, a maior resposta financeira foi encontrada na cava definida pelo Algoritmo de Lerchs-Grossmann pela estimativa de IQD, o que seria justificado pelas características de cada um deles mencionadas nos parágrafos anteriores.

O Sequenciamento Direto de Blocos apresentou um agendamento com os melhores resultados econômicos, especialmente, pelo fato de buscar otimizar a extração de blocos sem levar em consideração a distância entre os blocos. Entretanto, muitas vezes, o programa de produção definido pode não ser operacionalmente viável. O sequenciamento tradicional apresentou resultados satisfatórios em ambos os casos e, apesar de apresentarem diferenças entre o *"Best Case"* e *"Worst Case"*, estas não foram tão significativas quando comparadas com o Sequenciamento Direto de Blocos.

# Referências Bibliográficas


ALMEIDA, W. M. **Metodologia de Estimativa de Pilhas de Minério Temporárias.** 2015. 106 f. Dissertação de Pós-Graduação em Engenharia Mineral. Departamento de Engenharia de Minas. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

ARRIGO R. F. **Modelo de Estimativa de Custos Operacionais e de Capital em Projetos de Mineração em Fase Conceitual Baseado no Modelo de O'Hara.** 2012. 96 f. Dissertação de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

CAMARGO et al. Geoestatística: Fundamentos e Aplicações In. MEDEIROS, J; CÂMARA G. **Geoprocessamento para processos ambientais**. São Paulo: INPE. 1998. p. 5-1:5:36.

CAMPOS, P. H. A. **Um Comparativo de Metodologias no Planejamento de Lavra: Sequenciamento Direto de Blocos VS. Planejamento Tradicional**. 2017. 93 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mineral. Departamento de Engenharia de Minas. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

CANDIDO, M. T. **Impacto de Diferentes Algoritmos e Geometria de Depósitos Minerais no Planejamento de Longo Prazo.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 82. 2012.

CHANGANANE, A. P. **Estudo dos Parâmetros Envolvidos na Determinação da Função Benefício na Mineração**. 2017. 90 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mineral. Departamento de Engenharia de Minas. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

CURI, A. **Minas a Céu Aberto: Planejamento de Lavra**. São Paulo: Oficina de textos, 2014.

CODELCO. **Divísion Radomiro Tomic. Operaciones**. Disponível em: <https://www.codelco.com/division-radomiro-tomic/prontus_codelco/2016-02-25/163906.html>. Acesso em: 23 mar. 2019.

DRUCK, Suzana. **A Geoestatística e os sistemas de informações geográficas**. Espaço & Geografia, Distrito Federal, v. 5, n. 1, p. 1-15, 2002.

FAZIO, Vinícius. **Interpolação Espacial: uma comparação entre Redes RBF e Krigagem.** 2013. 111 f. Dissertação de Pós-Graduação (Pós-Graduação em Ciências da Computação) – Departamento de Informática e Est, Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina.

FLORES, Belisario A. **Planejamento de Lavra Estratégico e Tático de Morro da Mina - Conselheiro Lafaiete/MG.** 2008. 150 f. Dissertação de Pós-Graduação em Engenharia Mineral. Departamento de Engenharia de Minas. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

HUSTRULID, W.; KUCHTA, M.; MARTIN, R. **Open Pit Mine Planning e Design.** v. 1. 3ª edição - Leiden: CRC Press/Balkema, 2013.

HUSTRULID, W.; KUCHTA, M.; MARTIN, R. **Open Pit Mine Planning e Design**. v. 2. 3ª edição - Leiden: CRC Press/Balkema, 2013.

LANDIM, P; STURARO, J., **Krigagem indicativa à elaboração de mapas probabilísticos de riscos**. 2002. 19 f. Texto Didático – Departamento de Geologia Aplicada, Universidade Estadual Paulista, São Paulo.

MAZZINI, P.L.F. e SCHETTINI, C.A.F. Avaliação de Metodologias de Interpolação Espacial Aplicadas a Dados Hidrográficos Costeiros Quase-Sinóticos. 2009. Brazilian Journal of Aquatic Science and Technology. V.13, n. 1, p. 53-64.

PERONI, R. **Planejamento de Lavra a Céu Aberto**. Curso de Lavra a Céu Aberto. 2007. 29 p. Departamento de Engenharia de Minas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

PINTO, C. L. L., DUTRA, J. I. G**. I Etapa - Introdução ao Planejamento de Lavra**. Curso de Introdução ao Planejamento e Operação de Lavra. 2008. 51p. Departamento de Engenharia de Minas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

ROCHA, A. C. P. **Avaliação do Material Estéril de Formação Ferrífera em Mineração para Disposição Seletiva e Reaproveitamento Futuro.** Dissertação de Pós-

Graduação em Engenharia Minera. Departamento de Engenharia de Minas. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

STURARO, J. R. **Apostila de Geoestatística Básica.** Curso de Geologia. 2015. 34p. Departamento de Geologia Aplicada, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

SILVA, M. F. P. T. **Aplicação de Técnicas Estatísticas e Geoestatísticas para Estimativa de Teores de Ouro e Modelamento de um Depósito Mineral - Estudo de Caso em Pilar de Goiás (GO).** 2016. 83 f. Dissertação de Mestrado em Geociências e Meio Ambiente. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, São Paulo.

SILVA, Mário**. Introdução à Geoestatística Aplicada*:* Revisão Bibliográfica e Estudo de Caso**. 2011. 122 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia de Minas) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais.

SOUZA, F. R. **Sequenciamento Direto de Blocos: Impactos, Limitações e Benefícios para Aderência ao Planejamento de Lavra**. 2016. 95 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Metalúrgica, Materiais e Minas. Departamento de Engenharia de Minas. Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais.