

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS**  
**Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais**

**MONOGRAFIA**

**Modelo de otimização para a alocação de recursos em uma  
mina subterrânea de ouro**

**Aluno: Ana Flávia Barcelos Andrade**  
**Orientador: Prof. Cláudio Lucio Lopes Pinto**

**Junho 2019**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à minha família, por toda a dedicação e por me proporcionarem a oportunidade e todo o suporte para a realização da minha graduação.

Ao Matheus por toda paciência, companheirismo e carinho.

Aos meus colegas de turma pela amizade, nos momentos alegres e nos momentos desafiadores. Independentemente da situação sempre conseguíamos rir juntos, o que tornou tudo um pouco mais leve.

Ao professor Cláudio, pelos ensinamentos e por me orientar na confecção deste trabalho.

Aos demais professores do curso de Engenharia de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais que fizeram a diferença na minha formação.

Aos colegas da AngloGold Ashanti que tornaram minha primeira experiência de trabalho inesquecível, além de terem despertado em mim o desejo de trabalhar com mina subterrânea. Em especial ao Kennedy e ao Alisson, meus colegas de estágio, agradeço pelas discussões, opiniões e amizade.

Ao pessoal da MCB, por terem me acolhido tão bem e me dado todo auxílio necessário no trabalho, em especial aos engenheiros Bruna Rozendo, Isabela Machado e Paulo Calazans por todos os ensinamentos e paciência.

Aos membros da banca examinadora, pela disponibilidade e pela leitura do texto.

## RESUMO

Uma das principais metodologias adotadas pelas empresas de mineração para melhorar sua lucratividade é a otimização do cronograma de produção de uma mina, o que consiste, resumidamente, em determinar as datas de início de um determinado conjunto de atividades de forma a maximizar o valor de um projeto, respeitando as restrições das atividades operacionais e da disponibilidade dos recursos. Dessa forma o presente trabalho apresenta uma mina de ouro subterrânea fictícia que faz uso do método *Sublevel Stopping*, que teve o seu design e sequenciamento lógico definidos pela autora, juntamente com a determinação de todas as premissas de operação e o dimensionamento de equipamentos. Inicialmente, foi realizada uma breve análise com base nos equipamentos dimensionados para determinar o recurso que se comporta como gargalo operacional da mina. Em um segundo momento foi feita uma adaptação do modelo de Gamache & Campeau (2016) para a avaliação da sua aplicabilidade na otimização da produção para curto, médio e longo prazo da mina fictícia de ouro comparando os seus resultados com os do recurso *Leveling* do *Deswik*. As restrições do modelo envolvem, entre outras, as capacidades dos recursos da operação e as precedências físicas. O modelo trata o problema como de variáveis inteiras e mistas.

Usando os softwares *Deswik* e o *CPLEX Solver* foi possível obter os resultados que indicam que o principal gargalo operacional da mina em questão é o jumbo. Com relação a aplicabilidade do modelo foi possível validar sua utilização para curto e médio prazos, sendo possível verificar que ele é capaz de otimizar a produção, como desejado; já para o planejamento de longo prazo ainda é preciso realizar testes com o modelo em outros softwares para avaliar sua aplicabilidade ou não, já que o *CPLEX Solver* não é eficaz para otimizar o modelo, segundo o objetivo proposto, para cronogramas maiores de 370 dias.

**Palavras chave:** mineração, planejamento de mina, mina subterrânea, ouro, cronograma de produção, programação inteira mista, *Sublevel Stopping*.

## ABSTRACT

One of the main methodologies adopted by mining companies to improve their profitability is optimizing a mine's production schedule, which consists, briefly, in determining the start dates for a given set of activities in order to maximize a project value, while bounded to operational and resource-availability constraints. Thus, the present work presents a fictitious Sublevel Stoping underground gold mine, which had its design, logical sequencing and the determination of all operating assumptions and equipment design proposed by the author. Initially, a brief analysis based on equipment schedule was made to determine the resource that behaves as the operational bottleneck of the mine. In a second moment, the Gamache & Campeau (2016) model was adapted to evaluate its applicability in the fictitious gold mine short-, medium- and long-term production optimization. The results were compared to that of the "Leveling" of Deswik. Constraints included, among others, physical precedence and resource capacities. The model addresses the problem by using a mix of integer and continuous variables to create the activity schedule.

Using the software Deswik and CPLEX Solver, it was possible to obtain results indicating that the jumbo is the mine main operating bottleneck. Regarding the model applicability, it was possible to validate its use for short and medium term, being possible to verify that it is able to optimize the production, as desired. However, for the long term it is still necessary to perform tests with this model using other software to evaluate its applicability, since the CPLEX Solver was not effective to optimize the model, according to the objective given, for schedules larger than 370 days.

**Keywords:** mining, mine planning, underground mine, gold, production schedule, mixed integer programming, Sublevel Stoping.

## SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS .....	2
RESUMO .....	3
ÍNDICE DE FIGURAS .....	7
ÍNDICE DE TABELAS .....	9
1. INTRODUÇÃO .....	10
2. OBJETIVOS.....	12
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	13
3.1. Estágios de um projeto de mineração .....	13
3.2. Mineração Subterrânea: uma visão geral.....	15
3.2.1. Planejamento .....	16
3.2.2. Métodos de Lavra .....	18
3.2.3. Desenvolvimento .....	23
3.2.4. Operações Unitárias.....	25
3.2.5. Premissas de Projeto: Diluição e Recuperação.....	26
3.3. Mineração subterrânea de ouro: relevância e ciclos operacionais .....	27
3.3.1. Ciclos Operacionais .....	29
3.4. Pesquisa Operacional na Mineração .....	32
3.4.1 Modelamento Matemático.....	34
4. DESENVOLVIMENTO .....	40
4.1. Metodologia .....	41

4.2.	A mina subterrânea proposta .....	43
4.3.	Modelo matemático .....	48
4.3.1.	Objetivo .....	48
•	Índices .....	49
•	Grupos.....	49
•	Parâmetros .....	49
•	Variáveis .....	50
•	Restrições.....	50
5.	RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	53
5.1.	Análises da Mina: Gargalo Operacional.....	53
5.2.	Leveling vs. CPLEX Solver.....	58
6.	CONCLUSÕES.....	63
6.1.	Trabalhos Futuros .....	63
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	65

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3.1: Layout de uma mina subterrânea. (HASTRULID, 1982).....	16
Figura 3.2: Arranjo típico da lavra de alargamento em subníveis. (HAMRIN, 1980).....	22
Figura 3.3: Arranjo típico da lavra por corte e enchimento. (ATLAS COPCO, 1997).....	23
Figura 3.4: Diluição planejada e operacional. (SCOBLE & MOSS, 1994) .....	27
Figura 3.5: Demanda por ouro entre 2014 e 2016 quebrado nas áreas de tecnologia, investimentos, joias e bancos centrais, valores dados em toneladas métricas. (Fonte: <a href="https://www.statista.com/statistics/274684/global-demand-for-gold-by-purpose-quarterly-figures/">https://www.statista.com/statistics/274684/global-demand-for-gold-by-purpose-quarterly-figures/</a> ).....	28
Figura 3.6: Preços históricos do ouro de 1999 até 2015 em US\$/oz. (Modificado de Gold Ore Processing: Project Development and Operations – 2016). .....	29
Figura 3.7: Ciclo de Desenvolvimento de uma mina subterrânea de ouro. (Fonte: <a href="https://www.slideshare.net/JosephObengSika/underground-development-and-stopping-efficiency-corellation.">https://www.slideshare.net/JosephObengSika/underground-development-and-stopping-efficiency-corellation.</a> ) .....	31
Figura 3.8: Ciclo de lavra do alargamento em subníveis. (PAKALNIS & HUGHES, 2011).....	31
Figura 3.9: Processo de Construção de Modelos. (GOLDBARG e LUNA, 2000) .....	35
Figura 4.1: Design base de uma mina subterrânea usando o método Sublevel Stopping. (Fonte: Deswik.) .....	42
Figura 4.2: Design final usado como base para testes a partir do modelo criado. ....	43
Figura 4.3: Gráfico de movimentação anual de massa da mina, em toneladas. ....	44
Figura 4.4: Design da mina com nomes para referência. ....	45
Figura 4.5: Seções de desenvolvimento usadas no trabalho. Em a) temos a seção da rampa de 6x6 metros e em b) a seção das travessas e galerias de minério de 5x5 metros. ....	46

Figura 4.6: Painel do Nível 2 e suas dependências.....	47
Figura 5.1: Movimentação de massa na mina para o Cenário 1, isto é, cenário base com um jumbo a menos.....	54
Figura 5.2: Movimentação de massa na mina para o Cenário 2, isto é, cenário base com dois jumbos a menos. ....	54
Figura 5.3: Movimentação de massa na mina para o Cenário 3, isto é, cenário base com um jumbo e uma LHD a menos.....	55
Figura 5.4: Movimentação de massa na mina para o Cenário 4, isto é, cenário base com um fandrill a menos. ....	55
Figura 5.5: Movimentação de massa na mina para o Cenário 1, isto é, cenário base com uma LHD de lavra a menos. ....	56
Figura 5.6: Movimentação de massa na mina para o Cenário 6, isto é, cenário base sem o robolt.....	56
Figura 5.7: Produção anual para os cenários aqui descritos e avaliados. ....	57
Figura 5.8: Produção anual da mina, em toneladas, objetivo e resultado do Leveling. ....	59
Figura 5.9: Produção mensal da mina, em toneladas, comparando objetivo, resultado do Leveling e resultado do CPLEX Solver. ....	60
Figura 5.10: Desenvolvimento mensal da mina, em metros, comparando objetivo, resultado do Leveling e resultado do CPLEX Solver.....	61
Figura 5.11: Produção de ouro mensal acumulado, em onças, comparando objetivo, resultado do Leveling e resultado do CPLEX Solver.....	61
Figura 5.12: Produção diária da mina, em toneladas, comparando objetivo, resultado do Leveling e resultado do CPLEX Solver. ....	62



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4.1: Desenvolvimento total realizado anualmente discriminado por tipo. ....	44
Tabela 4.2: Parâmetros de produção da mina.....	47
Tabela 4.3: Equipamentos dimensionados para a operação da mina. ....	48

## 1. INTRODUÇÃO

É fato que uma tendência global para o futuro da mineração esteja no aumento do número de minas subterrâneas à medida que grandes corpos mineralizados próximos à superfície vão sendo esgotados. No entanto minas subterrâneas envolvem uma alta complexidade nas suas operações para que recursos cada vez mais profundos possam ser extraídos eficientemente.

Segundo Albanese e McGagh (2011) os desafios em minas subterrâneas incluem: (i) altos custos de capital; (ii) longos prazos de entrega antes da geração de receita; e, (iii) complexidade dos projetos, construção e operação, sendo assim esse tipo de projeto deve ser concebido com qualidade e cronograma estabelecidos permitindo uma operação futura previsível em termos de produção, classificação e custos.

Em contrapartida aos desafios óbvios de uma mineração subterrânea, é relevante avaliar também as relações vigentes no mercado atual, onde se busca produtos com, cada vez mais, qualidade e custos menores. Segundo Oakland (1994) a qualidade pode ser entendida como “excelência” de um produto ou serviço, percebe-se, então, a ampliação do conceito de qualidade que, até a década de 90, podia ser entendida apenas como um diferencial de mercado (Alves, 2006).

De modo geral, para que as necessidades de mercado sejam satisfeitas ao mesmo tempo em que uma mina subterrânea opere em um alto nível de eficiência operacional, é imprescindível um Planejamento de Mina adequado e realista, aliado a avanços tecnológicos que prevejam o impacto mais amplo na extração de um minério no corpo mineral.

Desse modo o presente trabalho pretende avaliar várias alternativas para garantir a programação ótima de uma mina subterrânea de ouro. Inicialmente foi desenvolvido todo o projeto de uma mina fictícia - determinação de premissas, design, dimensionamento de equipamentos, sequenciamento lógico e produtivo – fazendo uso do software Deswik. Foi realizada, também, uma avaliação para identificar qual o equipamento é gargalo operacional da mina.

Em um segundo momento foi criado um algoritmo, baseado no trabalho de Gamache & Campeau (2016), que otimiza a alocação dos recursos da mina para garantir uma melhor aderência dos resultados da otimização aos objetivos de produção, sendo ele posteriormente testado no software CPLEX. Foi realizada uma comparação dos resultados obtidos tanto no recurso “Leveling” do Deswik quanto no CPLEX para longo, médio e curto prazo.

## 2. OBJETIVOS

Esse trabalho tem como objetivo desenvolver um estudo com base na importância de soluções matemáticas para a tomada de decisão em minas subterrâneas. Para tanto, o trabalho procura provar essa importância com a criação de um algoritmo que consiga facilitar a decisão de alocação de recursos em uma mina subterrânea, considerando cenários de curto, médio e longo prazos visando garantir a entrega das metas planejadas para uma mina subterrânea de ouro que faz uso do método de lavra *Sublevel Stoping*, ou alargamento por subníveis.

### **3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

#### **3.1. Estágios de um projeto de mineração**

Segundo Hartman (1992), a mineração abrange os processos, a ocupação e a indústria envolvida na extração de minerais do solo ou subsolo. Deve-se acrescentar a essa definição os processos de adequação dos minerais extraídos às demandas do mercado. A principal tarefa da mineração é construir aberturas ou escavações usadas para acessar ou resultantes da extração do depósito mineral, ou parte dele. Essas escavações podem estar na superfície ou serem feitas no subsolo. Cada etapa realizada em uma mineração é especificada pelo layout, procedimentos, equipamentos e sistemas envolvidos. Além disso, sua aplicação é fortemente relacionada às condições geológicas, físicas, econômicas, ambientais e legais.

A mineração não funciona como um órgão isolado, nem é uma entidade em si. Ela é precedida por investigações geológicas e análises econômicas que localizam o depósito e provam que seu aproveitamento econômico é viável. Após a extração, o material *run of mine* (ROM) é, geralmente, processado. Esta preparação ou beneficiamento do mineral em um produto de maior qualidade é denominado processamento mineral. Os produtos minerais assim produzidos podem então sofrer posteriores modificações, refinamento ou fabricação durante a conversão, como por exemplo, fundição ou refino para fornecer produtos de consumo. O passo final na conversão de um material mineral em um produto útil é o *marketing*.

Segundo Silva (2008), em geral, sob as mesmas condições, a lavra a céu aberto é considerada como a primeira opção. Principalmente devido ao fato de normalmente ser menos onerosa do que a lavra subterrânea. Algumas das suas vantagens é a possibilidade do uso de grandes equipamentos e conseqüentemente maiores produções e produtividades, a necessidade de menores investimentos de capital e menores custos operacionais; a possibilidade de maiores taxas de recuperação do minério, além de permitirem uma operação mais segura e flexível. Entretanto, a lavra subterrânea também oferece algumas vantagens, tais como sua característica de ser uma lavra mais seletiva, a menor influência das condições climáticas na operação e, por isso, potencialmente produzindo de maneira mais uniforme ao longo do ano, a menor visibilidade para impactos ambientais e menor necessidade de movimentação de material.

Existem projetos em que a escolha entre lavra a céu aberto e subterrânea não é clara, logo são necessários estudos técnicos de viabilidade de ambas as opções para que as decisões sejam suportadas por análises mais completas. Além disso, existem muitos depósitos que podem ser lavrados por ambos os métodos. Ou seja, inicialmente por lavra a céu aberto e então, assim que a cava se torne mais profunda, por lavra subterrânea. Alguns depósitos são lavrados por ambos os métodos de maneira simultânea, normalmente durante o período de transição da lavra a céu aberto para a subterrânea.

As etapas envolvidas em um projeto de mineração, seja ela subterrânea ou não, podem ser reunidas em cinco grupos, sendo eles (1) Prospecção, (2) Exploração, (3) Desenvolvimento, (4) Produção (lavra, beneficiamento e comercialização e (5) Fechamento. Todos os estágios de um empreendimento de uma mina subterrânea são sujeitos a processos que buscam otimizar cada uma das etapas anteriores.

No estágio (1), chamado aqui de prospecção, os geólogos usam inspeção visual e medições físicas e químicas das propriedades das rochas para descobrir depósitos minerais. Como os depósitos minerais podem estar localizados na superfície da terra ou abaixo dela, tanto técnicas de prospecção diretas quanto indiretas são empregadas. Os métodos diretos, normalmente limitados a depósitos de superfície, consistem em exame visual do afloramento do depósito ou dos fragmentos soltos afastados do afloramento, bem como pode envolver estudos geológicos por meio de fotografias aéreas, de mapas geológicos e de avaliação estrutural de uma área. Os métodos indiretos estão relacionados a ferramentas como geofísica, geoquímica e geobotânica ao serem empregadas na identificação de depósitos minerais.

No estágio (2), de exploração, determinam-se o valor a partir de amostras para estimar a concentração de minerais e sua variabilidade econômica ao longo do corpo. Técnicas de interpolação como krigagem e técnicas de simulação fornecem curvas de classificação de tonelagem, representando os benefícios potenciais da exploração do corpo para um dado conjunto de parâmetros econômicos.

O terceiro estágio, o desenvolvimento, consiste em obter direitos para acessar a área de localização do corpo mineral e preliminarmente prepará-la para ser extraída. O estágio de desenvolvimento traduz estudos de planejamento para o projeto de uma mina,

primeiramente ao determinar o método de lavra, que consiste nos arranjos geométricos da infraestrutura, depois por estimar a capacidade de produção e o capital de infraestrutura e, por último, ao realizar projetos detalhados de engenharia.

No estágio (4), o minério é removido por meio de métodos de lavra de superfície e (ou) subterrâneos. A partir disso, ele pode ser estocado (para eventualmente ser enviado para uma usina de processamento), enviado diretamente para uma usina de processamento ou levado para um depósito. O produto do beneficiamento, o concentrado é então comercializado.

Finalmente, o quinto estágio, de fechamento, consiste em restaurar a área na qual a mineração ocorreu ao seu estado natural, na medida do possível, ou para uma nova utilização.

### **3.2. Mineração Subterrânea: uma visão geral**

Para os propósitos desse trabalho serão aqui mais detalhadamente discorridas as fases de Desenvolvimento e Extração (lavra) de uma mina subterrânea. A Figura 3.1 mostra uma visão geral do layout de uma mina subterrânea.

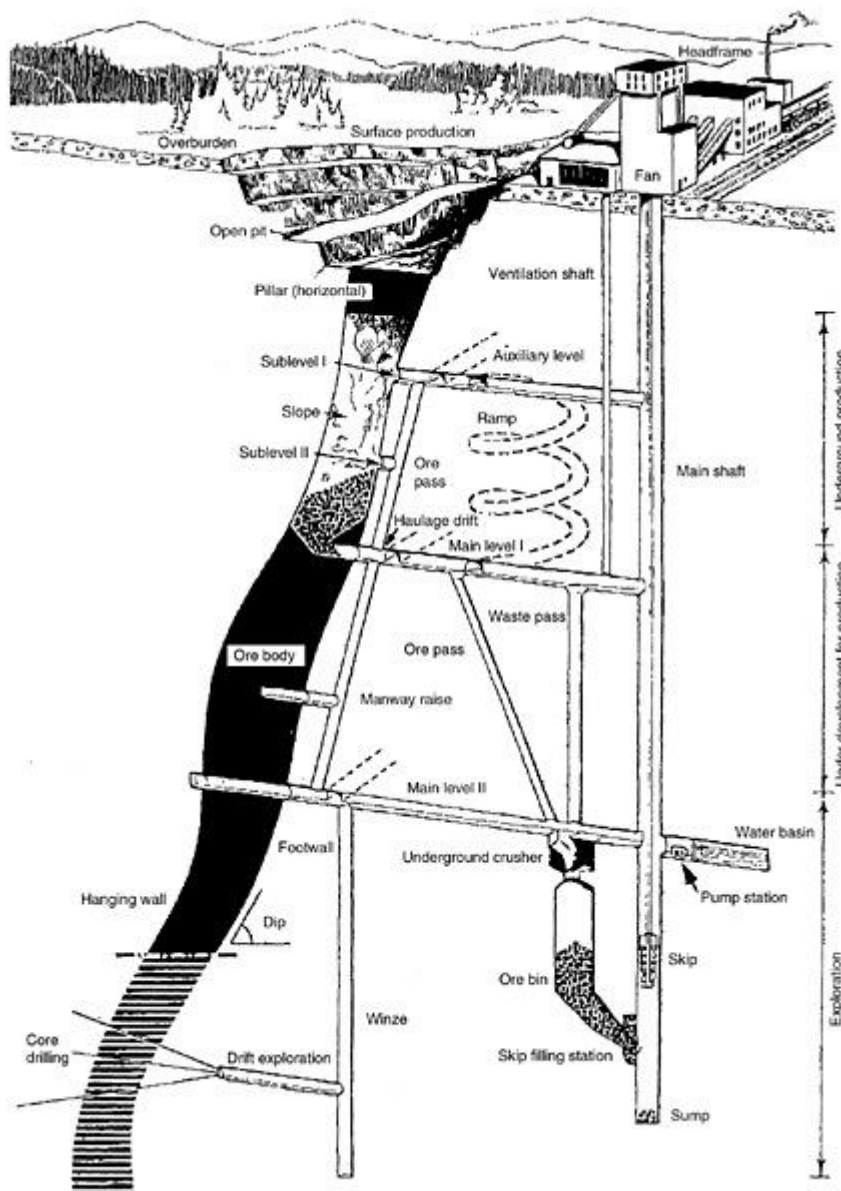


Figura 3.1: Layout de uma mina subterrânea. (HASTRULID, 1982).

### 3.2.1. Planejamento

Embora o planejamento de uma mina seja essencialmente o mesmo que o planejamento conduzido por outros ramos da indústria, ele possui certas características únicas que resultam de sua dependência de um recurso mineral. Comumente o planejamento na indústria da mineração é dividido em três calendários. O primeiro planejamento, de longo prazo, é usado para descrever objetivos em períodos de mais de um ano. É uma estimativa global das operações durante a vida da mina. Os primeiros períodos de planejamento de longo prazo são, então, divididos em um planejamento tático ou de médio prazo. No médio prazo, onde os períodos são geralmente entre três meses e um ano, os objetivos e metas



tornam-se mais precisos, mas ainda são estimativas. O planejamento de médio prazo, por sua vez, é dividido, no planejamento operacional ou de curto prazo, em períodos que variam de horas a um mês quando os recursos são alocados e a precisão é maior.

Depois que uma operação começa, o conhecimento do depósito é gradualmente enriquecido à medida que mais informações são reveladas pelas atividades em andamento associadas ao ciclo de mineração. O produto do processo de planejamento da mina é um plano de negócios para o depósito. O plano de negócios inclui um plano de mina, que é o cronograma de produção que indica a origem e o destino de diferentes materiais e respectivas qualidades a serem extraídos do depósito (Adaptado de Camus, 2002).

O planejamento de uma mina pode ser definido como o processo de otimização da exploração de reservas minerais para o máximo de valor agregado alinhado com as metas e objetivos estratégicos do empreendimento. O conjunto complexo de atividades associadas a este processo tem como objetivo identificar o melhor projeto possível de produção e planejamento de mina, considerando, entre outros, investimentos de capital, custo operacional, previsão de receita e gerenciamento de fluxos de caixa de uma operação de mineração.

O planejamento de uma mina de forma geral é um processo que requer a avaliação de vários cenários e as informações que precedem a geração desses cenários envolvem várias fontes. A primeira delas refere-se as informações geológicas, estruturas e mineralógicas combinadas com dados de recurso e reserva. Isso levará a escolha preliminar de métodos de lavra possíveis e dimensionamento inicial da produção da mina.

Uma importante referência ao planejamento de uma mina subterrânea está relacionada a conhecimentos de tipos ou estruturas de rochas similares em distritos de mineração próximos onde se instalará o projeto. Quando se é planejada a primeira mina em um novo distrito os riscos envolvidos são muito maiores uma vez que erros grosseiros são mais facilmente encontrados.

Uma importante etapa do planejamento de mina e que determinará todo o futuro de uma mina é a escolha dos métodos de lavra que serão utilizados para aquela mina. Ainda sobre a escolha do método de lavra, é importante levar em consideração que é uma tarefa

inerente ao planejamento de longo prazo e que o método pode ser alterado, ou mesmo adicionado um novo método, ao longo da vida da mina a medida que novas informações geológicas, físicas, mineralógicas e técnicas são obtidas.

### **3.2.2. Métodos de Lavra**

De uma maneira generalizada, os métodos de lavra subterrânea são empregados de forma a buscar e extrair o material que contribui diretamente e positivamente para o fluxo de caixa do projeto. Isto não é diferente para os métodos de lavra a céu aberto. Entretanto, nestes casos, as minas necessitam incorporar, muitas vezes, grandes porções de material sem valor econômico, ou que mesmo contribuem para depreciar o fluxo de caixa econômico, com o intuito único de permitir acessar as porções de interesse econômico da mina.

Dessa forma, juntamente com a determinação do método de lavra, também cabe ao engenheiro de minas a determinação das condições de desenvolvimento na qual trabalhará uma determinada mina subterrânea. O próprio método de lavra será um grande influenciador juntamente com a estabilidade do maciço.

A lavra subterrânea compreende uma sequência de operações unitárias, do desmonte ao transporte para superfície, onde será feito o beneficiamento e posterior comercialização. Cada método de lavra tem suas características básicas de aplicabilidade e uma mesma mina pode apresentar mais de um método de lavra ou mudar de método ao longo dos anos.

Porém, inicialmente, é importante considerar que a extração otimizada do minério está diretamente relacionada a correta avaliação das condições geológicas particulares de cada depósito. Segundo Silva (2008), existem várias características físicas que ditam esta importante escolha, sendo elas:

- Propriedades físicas: a qualidade do maciço e a relação entre tensão/deformação, determinarão as dimensões dos realces que devem ser avaliadas tanto para o minério quanto para as rochas encaixantes. Isto, por sua vez, estabelece a adequabilidade para aplicação de um dos três principais métodos de sustentação dos realces, denominados: naturalmente suportados; artificialmente suportados; e

não suportados.

- Dimensões do corpo mineralizado: a largura e a altura do corpo mineralizado ao longo do *strike* (da capa para a lapa), determinam as dimensões máximas possíveis dos vãos.
- Mergulho do corpo mineralizado: o mergulho do corpo mineralizado determinará se o transporte por gravidade exercerá um papel na escolha do método de lavra. O mergulho do corpo mineralizado pode ser categorizado em: mergulho baixo: 0 a 20°; mergulho médio: 20° a 50°; e mergulho acentuado: 50° a 90°. Como regra universal, o ângulo mínimo para que o material desmontado possa fluir naturalmente por uma passagem de minério, ou realce, é de cerca de 50°.
- Teor do depósito e preços dos produtos: o teor médio do depósito, juntamente com os preços dos produtos, influenciará nas decisões sobre se serão empregados métodos de lavra maciça, ou lavra seletiva. Depósitos de alto teor médio, combinados com bons preços dos produtos, geralmente, utilizarão métodos de lavra mais seletiva e as empresas deverão requisitar maiores recuperações de lavra (normalmente recuperando-se também os pilares).
- Feições estruturais: o conjunto de estruturas relacionadas pelas falhas, diques, foliações, juntas, entre outros, podem influenciar a localização de realces e pilares, bem como suas dimensões. Tais parâmetros são responsáveis principalmente pela estabilidade dos realces e constituem principal fonte da diluição não planejada na lavra.
- Proximidade de outros corpos mineralizados e escavações: a proximidade de outros corpos, ou lentes mineralizadas, pode impactar no método de lavra a ser utilizado. Buscando garantir que a sequência de lavra a ser adotada maximize a recuperação do minério e minimize os efeitos da estabilidade nas escavações próximas.
- Efeitos na superfície: estes podem ser caracterizados a partir da necessidade de regulamentar algumas restrições. Tais como, subsidência (por exemplo, de modo a não interferir em lagos e cidades), restrições ambientais no uso da área, deposição de estéril e resíduos, restrições de descarte de água, clima, topografia, entre outros.

- Infraestrutura local: o método de lavra a ser selecionado, deve ser compatível com a capacidade técnica e disponibilidade da mão de obra local.
- Outros: devem ser observadas disponibilidades locais para suprimentos de material, suporte das escavações (madeira, cimento, material de enchimento, resíduos, entre outros).

Os métodos de lavra subterrânea são englobados em três grandes grupos conhecidos como métodos de cavidades auto suportadas, métodos de cavidades artificialmente suportadas e métodos com desabamento controlado. Existe ainda uma quarta possibilidade que são métodos que englobem combinações dos três anteriores conhecidos como métodos mistos.

A classe dos métodos de cavidades auto suportadas trata daqueles métodos que não necessitam de nenhum sistema artificial importante de suporte das tensões na rocha. Assim, os pilares naturais são resistentes suficientemente para absorver as tensões a eles impostas. Esses métodos autossustentados são usados para extrair depósitos minerais que são tabulares, planos ou com inclinação acentuada, e são cercados por rochas competentes. Existem quatro métodos principais nesta classe: lavra por câmaras e pilares, lavra por método de recalque, lavra por alargamento em subnível e lavra por recuo em crateras verticais (VCR) (modificado de Hartman, 1992). Apenas o método de lavra por alargamento em subníveis será discutido nesse trabalho já que o caso considerado para o estudo foi o de uma mina que faz o seu uso para extração do minério.

De acordo com Hartman (1992), os métodos artificialmente suportados são daqueles que precisam de quantidades significativas de apoio artificial para manter a estabilidade das aberturas de lavra e o controle sistemático dos maciços rochosos em toda a mina. Os métodos de lavra artificialmente suportados são projetados para a extração de rochas variando em competência baixa a moderada. Existem três métodos deste tipo: lavra por corte e aterro que é o mais comum, madeiramento contínuo e madeiramento reticulado.

Nos métodos de abatimento ou desabamento, as escavações de lavra são projetadas para entrar em colapso. Os métodos de abatimento envolvem convergência enorme, induzida e controlada do corpo do minério, da rocha sobrejacente, ou ambos, simultânea e crucial para o desempenho da mineração. Este tipo de mineração induz a inevitável subsidência de superfície. Existem três métodos principais de escavação: lavra com abatimento em blocos,

lavra com abatimento por frente longa e lavra por abatimento em subníveis. A lavra por frente longa é usada em depósitos horizontais tabulares, principalmente carvão; os outros são usados para depósitos inclinados, verticais ou maciços, metálicos ou não-metálicos. Os métodos que envolvem o desabamento controlado do teto são os que desprendem menores custos operacionais (modificado de Hartman, 1992).

### **3.2.2.1. *Sublevel Stopping (Lavra por Alargamento em Subníveis)***

A lavra de alargamento em subníveis (*Sublevel Stopping*) é um método de lavra geralmente ascendente, em que são desmontadas tiras verticais de minério, de grande volume, escoando-se o material desmontado pelos chutes e travessas de produção. Atualmente, exclusivamente, com furos longos e alto índice de mecanização das operações. Quando o corpo é mais potente, trabalha-se com mais de um subnível por horizonte. O processo de extração depende da largura da galeria e do fluxo. O método de subníveis se aplica somente a corpos de forte inclinação (verticais ou sub verticais). O alargamento tem a sua maior dimensão segundo a vertical (Hartman et al., 2002). A Figura 3.2 mostra um arranjo da lavra subterrânea por alargamento em subníveis.

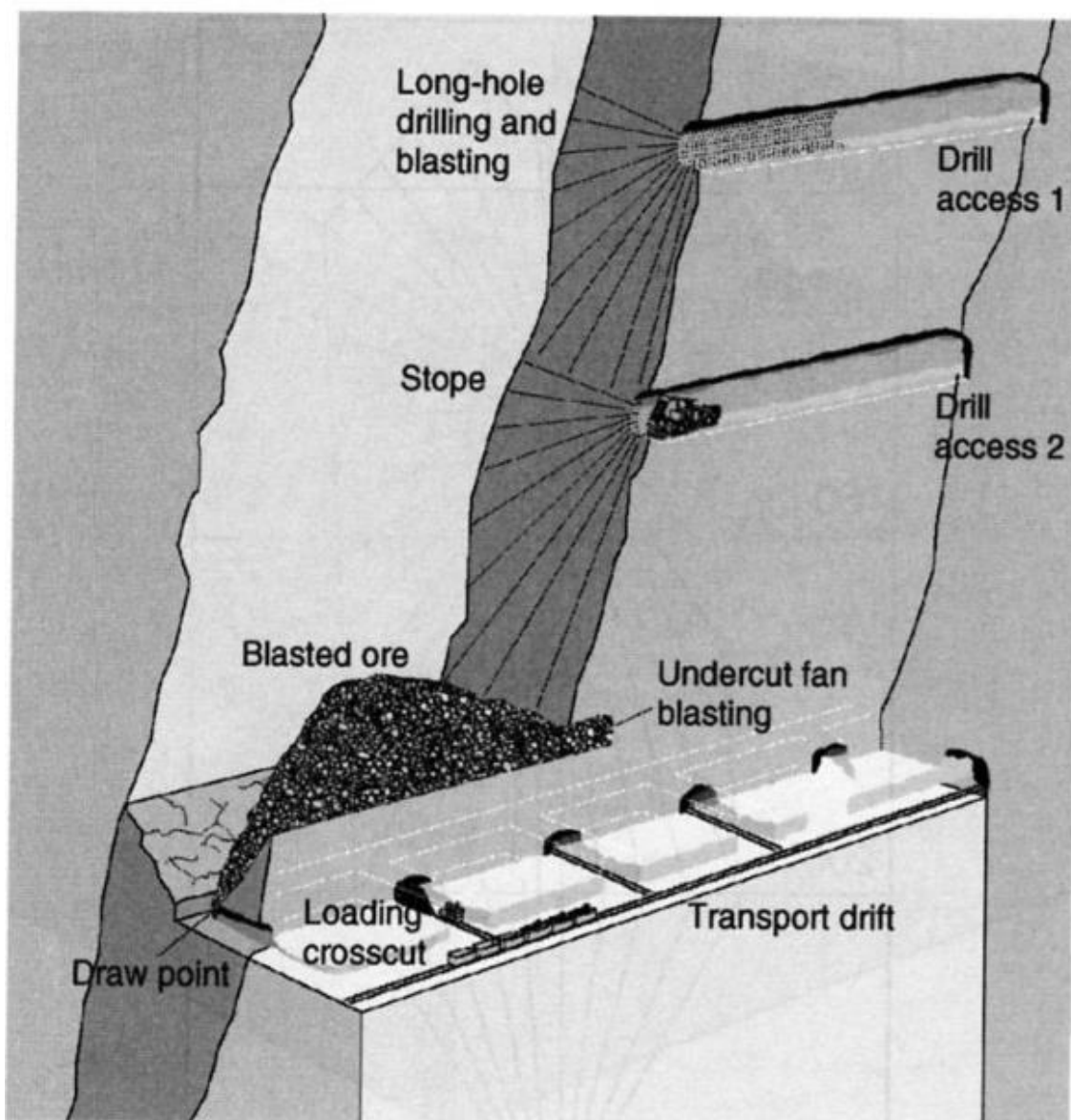


Figura 3.2: Arranjo típico da lavra de alargamento em subníveis. (HAMRIN, 1980)

O método pode ser usado quando o corpo de minério tem um mergulho que excede o ângulo de repouso natural e tem limites regulares. A rocha encaixante e o minério devem ser competentes - RMR (*Rock Mass Ratio*) maior que 60 para capa e lapa;  $40 < \text{RMR} < 80$  para o minério.

### 3.2.2.2. *Cut and Fill (Lavra por Corte e Aterro)*

O método de lavra por corte e aterro é usado principalmente para depósitos de veios de mergulhos acentuados e grandes depósitos irregulares. Pode ser usado para depósitos

tabulares cujas encaixantes apresentam baixa competência. Este tipo de lavra refere-se a um método em que um único passo de escavação (corte) é completado e preenchido antes de outro corte ser realizado. A Figura 3.3 mostra um arranjo típico da lavra por corte e aterro.

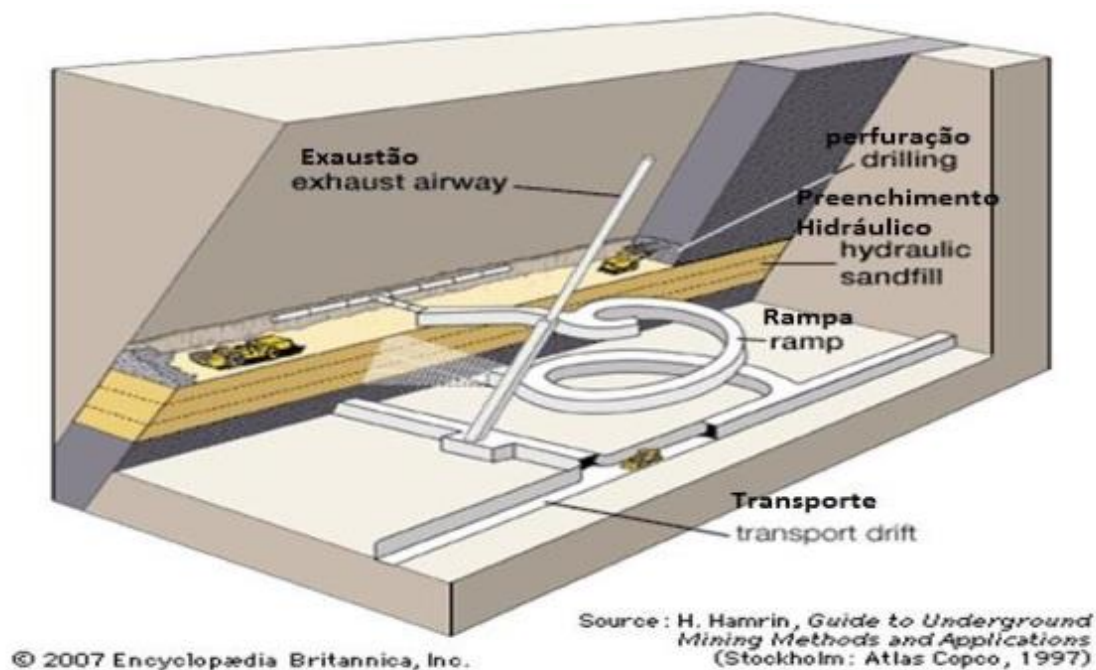


Figura 3.3: Arranjo típico da lavra por corte e enchimento. (ATLAS COPCO, 1997).

### 3.2.3. Desenvolvimento

Segundo Shinobe (1997), vários fatores devem ser avaliados para a determinação do desenvolvimento para uma mina subterrânea. O fator mais importante está relacionado à estabilidade do maciço. Conseqüentemente, estudos de mecânica de rochas são obrigatórios, com o intuito de determinar a sequência de desenvolvimento a ser empregado. O modelo geológico do depósito (orientação, mergulho, espessura, teores, entre outros), a seleção dos métodos de suporte (natural ou artificial), o sistema de ventilação, os métodos de lavra escolhidos, a presença de água subterrânea e meios de acesso ao depósito (rampas ou poços), são alguns dos fatores a serem considerados. O desenvolvimento é uma parte necessária da mineração, pois fornece a infraestrutura para que a produção de minério possa ser factível. Mesmo sendo uma etapa essencial do projeto, o desenvolvimento representa

um essencialmente custos. Na maioria das situações, esse custo não é recuperável até que as operações de lavra comecem.

O desenvolvimento de mina serve a vários propósitos, tais como o acesso ao depósito mineral, o fornecimento de informações geológicas precisas para auxiliar o processo de produção, o fornecimento de informações precisas sobre outras necessidades técnicas (como características geotécnicas da rocha, taxas de influxo de água, taxas de entrada de poluentes de ventilação, e assim por diante).

O desenvolvimento pode ser primário ou secundário. Tudo desenvolvimento com o intuito de longa durabilidade é considerado desenvolvimento primário, como, por exemplo, rampas, galerias principais, passagem para minério e para rejeito, entre outros. Assim, o desenvolvimento primário é o desenvolvimento das características mais permanentes de uma mina, mas isso não quer dizer necessariamente que eles são desenvolvidos no início do projeto, já que ao longo da vida da mina novos itens necessários e de vida longa surgem como demanda.

O desenvolvimento secundário é de natureza mais temporária e tende a estar associado às necessidades de uma determinada unidade ou unidades de produção. Em muitos casos, esse tipo de desenvolvimento deixa de existir conforme a produção prossegue. Assim, um tempo de vida típico para este tipo de desenvolvimento é de 1 ou 2 anos e é frequentemente menor do que isso. O desenvolvimento primário é normalmente quase inteiramente realizado nas rochas encaixantes.

O método de lavra selecionado possui uma grande influência para o desenvolvimento tanto primário quanto secundário, pois é importante para o layout e tamanho da infraestrutura primária da mina para ser capaz de lidar com a produção de rejeitos e minério durante toda a vida da mina. Também é importante considerar possíveis variações na produção durante a vida útil da mina.

Todas as aberturas de desenvolvimento de mineração subterrânea podem ser classificadas em quatro categorias, sendo elas: abertura de acessos de produção, abertura para obtenção informações, abertura para construção de instalações e serviços e combinações das três primeiras categorias. Para cada desenvolvimento, as decisões devem ser feitas referentes a



cada uma das cinco variáveis físicas: comprimento, direção, inclinação, tamanho e método de controle do solo.

#### **3.2.4. Operações Unitárias**

As operações unitárias envolvidas nos estágios de desenvolvimento e lavra de uma mina são de extrema importância. Elas foram definidas por Hartman (1992) como as etapas básicas envolvidas na produção mineral a partir do depósito, juntamente com as etapas auxiliares. Dessa forma, são consideradas as atividades de ciclo, ou seja, aquelas conectadas diretamente com a extração mineral chamadas de operações de produção. As atividades fora do ciclo são aquelas operações auxiliares responsáveis por dar apoio para as operações de produção.

Os ciclos de produção aqui considerados envolvem atividades distintas, enquanto um dos ciclos possui como atividade final o desenvolvimento, em metros, o outro terá a finalidade de produzir minério. No entanto o ciclo de desenvolvimento, de certa forma, tem também a finalidade de garantir a produção de minério.

O ciclo de produção envolve operações unitárias que precisam realizar o desmonte de rocha e manipulação dos materiais. O desmonte de rochas é geralmente realizado com a utilização de explosivos, no entanto existem outros métodos diretamente relacionados ao tipo de rocha que podem ser aplicados. O manuseio de materiais inclui escavação mecânica ou carregamento e transporte (transporte horizontal), juntamente com içamento (transporte vertical ou inclinado), quando necessário. O ciclo geral de produção consiste nas seguintes operações da unidade: perfuração, desmonte, saneamento, carregamento, transporte e içamento.

Existem ciclos que diferem do ciclo mais comum citado acima, eles podem ser do tipo que fazem uso da operação de produção contínua. Geralmente, nesses casos, são usados equipamentos capazes de realizar o desmonte mecanicamente. É possível a aplicabilidade desse tipo de ciclo em rochas macias e até mesmo em rochas médias duras. O ciclo, portanto, é muito simples e envolve apenas a extração e o transporte.

Na mineração subterrânea, é mais comum o uso de equipamentos menores, uma vez que a estabilidade e o custo das escavações pressupõem um dimensionamento que não permite a utilização de equipamentos muito grandes como os usados em minas a céu aberto.

Os estágios produtivos da mineração atual envolvem importantes operações auxiliares que garantem a qualidade da produção. Na mineração subterrânea, essas operações auxiliares incluem: contenção (suporte), ventilação, fornecimento de energia, drenagem, manutenção, iluminação, ruído, abatimento de choco, comunicações, manuseio de suprimentos e fornecimento e manutenção de saúde e segurança adequadas.

### **3.2.5. Premissas de Projeto: Diluição e Recuperação**

A diluição e a recuperação são duas importantes premissas aplicadas presentes em todos os projetos de mineração subterrânea que envolvem todas as etapas do estudo, desde a condição geológica local, o método de lavra escolhido até o tipo de equipamento utilizado. São premissas que variam de projeto para projeto e, além disso, também podem variar durante a vida de uma mesma operação.

Diluição é todo o estéril que se mistura com o minério reduzindo o teor do material lavrado que irá para a planta. Ela pode ser dividida em dois tipos de diluição, a diluição planejada e a diluição operacional, sendo a diluição total a soma das duas.

A diluição planejada é o estéril ou o minério marginal (abaixo do teor de corte), que se encontra dentro dos limites desenhados dos realces de acordo com a seletividade do método, a continuidade do corpo de minério e a complexidade da geometria do corpo mineral. A diluição operacional é o estéril ou minério marginal (abaixo do teor de corte) proveniente de *rockfill* ou *backfill* ou que se encontra além dos limites planejados do realce e que incorpora a massa de ROM devido ao *overbreak* ou deslocamento das paredes e teto.

O conhecimento e controle da diluição são fatores muito importantes para a redução dos custos de mina, já que a diluição aumenta os custos de produção, pois influencia no custo por tonelada de metal lavrado e processado. A Figura 3.4 apresenta um layout esquemático dos tipos de diluição.

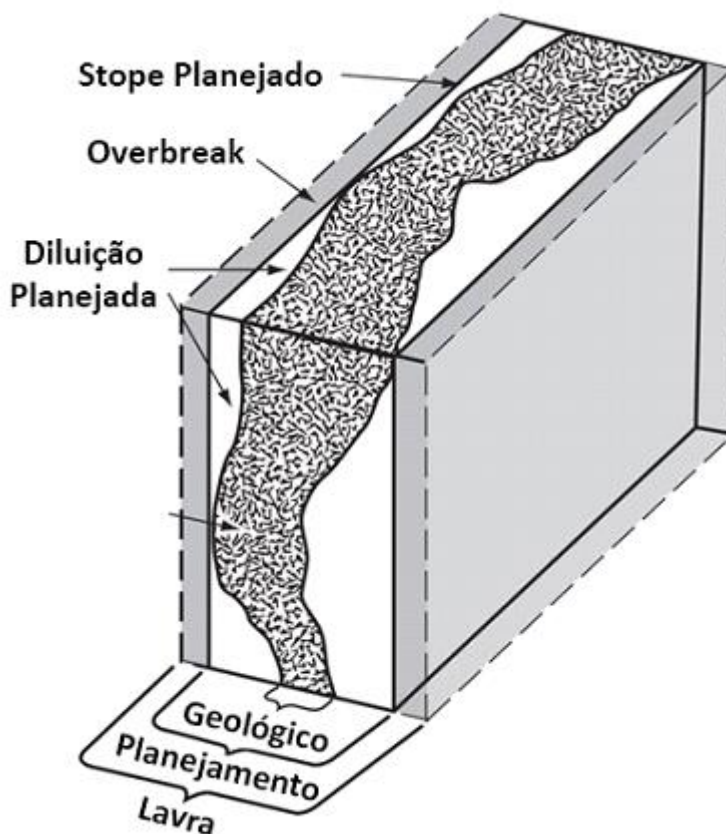


Figura 3.4: Diluição planejada e operacional. (SCOBLE & MOSS, 1994)

A recuperação de lavra é usualmente representada como um percentual do minério in situ recuperado depois que a lavra foi realizada. Ela pode ser calculada pela equação 3.1.

$$\% \text{ Recuperação: } \frac{\text{Toneladas Planejadas (t)} - \text{Minério Perdido na lavra (t)}}{\text{Toneladas Planejadas (t)}} \times 100 \quad (3.1)$$

### 3.3. Mineração subterrânea de ouro: relevância e ciclos operacionais

Desde o início dos tempos o ouro tem sido valorizado pelo homem sendo usado para enfeites decorativos especiais e joias. A veneração reservada ao ouro pelos antigos levou à sua utilização por muitos séculos para artefatos religiosos. Os principais usos do ouro são na produção de joias, na indústria eletroeletrônica, no lastro monetário e nas moedas e medalhas comemorativas e muitos outros, a Figura 3.5 mostra a demanda global por ouro por propósito entre 2014 e 2016.

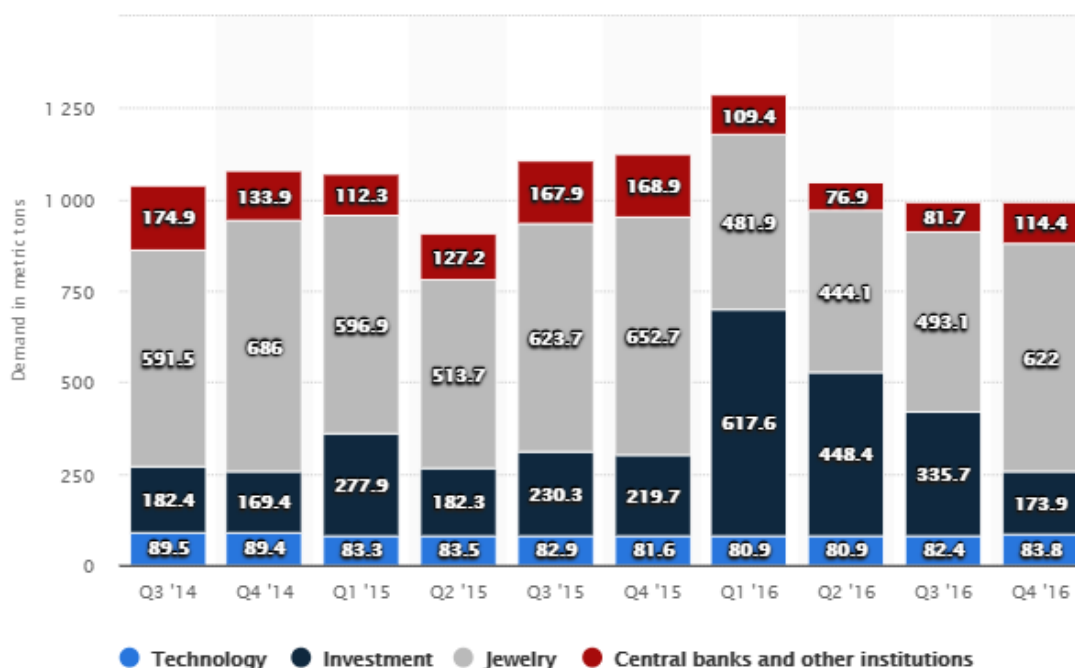


Figura 3.5: Demanda por ouro entre 2014 e 2016 quebrado nas áreas de tecnologia, investimentos, joias e bancos centrais, valores dados em toneladas métricas. (Fonte: <https://www.statista.com/statistics/274684/global-demand-for-gold-by-purpose-quarterly-figures/>).

O ouro é encontrado basicamente associado a sulfetos e tem como gêneses ouro-cobre-ferro e livre nas aluviões, sendo que a maior parte do ouro ocorre como metal nativo. Certos minerais são caracteristicamente associados com o ouro, e os mais importantes são pirita [FeS<sub>2</sub>], galena [PbS], esfarelita [Fe,ZnS], arsenopirita [Fe,AsS], estibina [Sb<sub>2</sub>S<sub>3</sub>], pirrotita [FeS] e calcopirita [CuFeS<sub>2</sub>]. Vários minerais de selênio e magnetita [Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>] também podem estar presentes.

Ao contrário de outros metais, para os quais os preços são ditados por fatores de oferta e orientados a commodities, o preço do ouro é influenciado por fatores econômicos globais, como taxas de juros e inflação, observando-se que o humor do investidor é instável e não é fácil de prever. A Figura 3.6 apresenta variações no valor do ouro até o ano de 2015.



Figura 3.6: Preços históricos do ouro de 1999 até 2015 em US\$/oz. (Modificado de Gold Ore Processing: Project Development and Operations – 2016).

As reservas mundiais de ouro foram estimadas em torno de 56 mil toneladas, em metal contido, no ano de 2014, sendo que as reservas nacionais até aquele mesmo ano representavam 4,3% desse valor. A produção mundial de ouro, também em 2014, foi estimada em 2,9 toneladas, sendo que a produção do Brasil representava 2,8% desse total.

O ouro é produzido tanto em grandes operações mineiras de mineradoras renomadas quanto em pequenos empreendimentos geralmente artesanais, muitas vezes localizados ao lado das minas principais. Existem tanto minas a céu aberto quanto minas subterrâneas de ouro no mundo, cabe ressaltar também a presença de garimpos cuja produção ainda é significativa em países como o Brasil. O ciclo do ouro nas minas segue basicamente o ciclo discutido no tópico 3.1, adicionadas certas particularidades que, no entanto, não geram alterações nos estágios ou na ordem descritos.

Em resposta ao aumento nos custos operacionais e as flutuações do preço do ouro, muitas empresas respondem com correções de curto prazo, como corte de gastos relacionados a despesas gerais e relacionados a exploração. Portanto a otimização em qualquer etapa do projeto mineiro relacionada a ouro torna-se essencial para garantir a vida do projeto.

### 3.3.1. Ciclos Operacionais

Minas subterrâneas, muitas vezes, podem estar relacionadas a uma grande complexidade operacional por envolverem dois ciclos muito distintos no quesito operação e no quesito tempo de ocorrência, sendo eles ciclos de Lavra e Desenvolvimento. O ciclo de lavra para um empreendimento subterrâneo de mineração vai depender diretamente do método (ou métodos) de lavra escolhido, o que também irá influenciar diretamente nas premissas adotadas para o desenvolvimento da mina.

Existem vários métodos de lavra aplicáveis a um determinado depósito e muitas vezes eles ocorrem concomitantemente, já que não necessariamente um depósito é uniforme. Sendo assim, é plausível considerar que, para o ouro, os métodos de lavra mais comuns são corte e aterro e alargamento em subníveis.

Como ressaltado anteriormente, em minas subterrâneas o acesso ao minério depende do desenvolvimento de rampas, poços, galerias e outras estruturas. O desenvolvimento da maioria dessas estruturas, quando realizado em um ciclo padrão, compreende as seguintes atividades: (1) Perfuração, (2) Carregamento de Explosivos, (3) Detonação, (4) Ventilação, (5) Limpeza, (6) Saneamento, (7) Atividades de Contenção e (8) Medições topográficas. As atividades fora do ciclo podem estar envolvidas em qualquer uma dessas etapas e é muito importante que sejam consideradas durante a programação de uma mina, elas podem ser atividades de infraestrutura – bombeamento, ventilação, atualizações elétricas, atualizações hidráulicas, atualizações pneumáticas, atualizações de comunicação –, amostragem e manutenção corretiva de equipamentos. A Figura 3.7 mostra um ciclo ilustrativo de desenvolvimento de uma mina subterrânea.

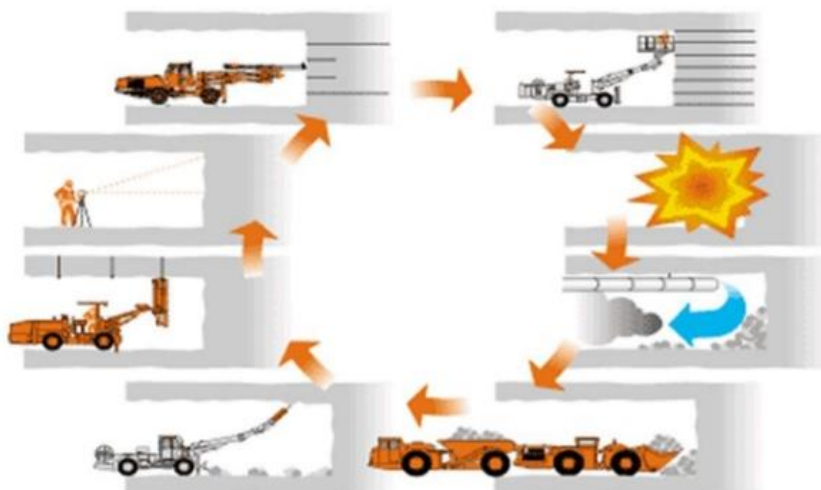


Figura 3.7: Ciclo de Desenvolvimento de uma mina subterrânea de ouro. (Fonte: <https://www.slideshare.net/JosephObengSika/underground-development-and-stopping-efficiency-corellation.>)

O ciclo de lavra por alargamento em subnível, é descrito detalhadamente no trabalho de Pakalnis & Hughes (2011). A Figura 3.8 mostra o ciclo de desenvolvimento e produção de um realce de *sublevel stope*.

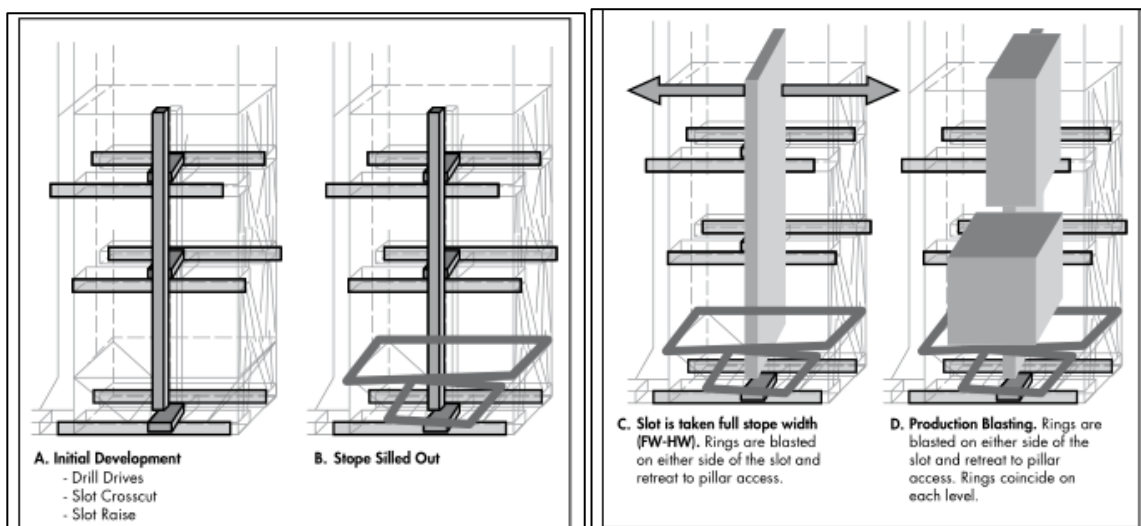


Figura 3.8: Ciclo de lavra do alargamento em subníveis. (PAKALNIS & HUGHES, 2011)

Já para o outro método de lavra comum para ouro subterrâneo, a lavra por corte e aterro, os principais elementos de trabalho do ciclo incluem: (1) Perfuração, (2) Umidificação, (3)

Limpeza, (4) Suporte geomecânico, (5) Limpeza, (6) Levantamento, (7) Preparação para enchimento e (8) Enchimento. A mineração é realizada ascendentemente. À medida que a lavra avança, as encaixantes são sustentadas pela disposição de rejeitos, resíduos ou aterro, hidráulica ou mecanicamente. O minério é recuperado em fatias horizontais.

### 3.4. Pesquisa Operacional na Mineração

Segundo Rardin (1997), Pesquisa Operacional é o estudo de como formar modelos matemáticos de problemas complexos de engenharia e gerenciamento e como analisá-los para obter informações sobre possíveis soluções. A pesquisa operacional foi desenvolvida durante a Segunda Guerra Mundial para ajudar os britânicos e líderes militares americanos melhor implantar e gerenciar radares, comboios, bombardeios etc. A partir dessas aplicações foram criadas, incorporadas e aperfeiçoadas ferramentas para uso em muitos outros ramos como nas indústrias de informática, manufatura, transporte, química e energia.

O primeiro passo na implementação de métodos de pesquisa operacional é formular o problema. É necessário definir os parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e restrições. Parâmetros fornecem coeficientes para a função objetivo, restrições e expoentes em formulações não lineares. As variáveis de decisão são valores desconhecidos que o modelo matemático determina. O objetivo é uma função que deve ser maximizada e/ou minimizada, enquanto as restrições fornecem limites à solução.

Tipos de modelos comuns encontrados em pesquisa operacional e aplicados à mineração subterrânea incluem: programação linear, programação inteira e programação não linear.

Segundo Belegundu & Chandrupatla (2011), a programação linear (LP) é usada para programação de produção em minas e envolve um modelo matemático composto por uma função objetivo linear e restrições lineares. As variáveis assumem valores contínuos não negativos. A forma geral de um programa linear pode ser retratada da seguinte forma:

$$\text{maximizar } cx \tag{3.2}$$

$$\text{para } Ax \leq b \tag{3.3}$$

$$\text{para } x \geq 0 \tag{3.4}$$



Onde  $x$  representa as variáveis de decisão,  $c$  e  $b$  são vetores de coeficientes conhecidos, e  $A$  é uma matriz de coeficientes. A função objetivo maximiza  $cx$ , (3.2), sujeita a restrições de desigualdade, (3.3) e (3.4).

A estrutura especial de modelos de programação linear garante que um máximo local também seja o máximo global. Algoritmos de solução para linear os programas incluem o método Simplex primal e dual e o método do ponto interior. Estes métodos aproveitam as propriedades distintas, isto é, convexidade, de programas lineares (RARDIN, 1997).

A forma de um modelo de programação inteira (IP) é quase idêntica à de um modelo de programação linear, com exceção da variável de decisão. Na LP, a variável de decisão  $x$  é definida, sem perda de generalidade, como sendo qualquer valor maior ou igual a 0. Na PI, a decisão variável é definida como sendo maior ou igual a 0, mas também inteira. A variável de decisão também pode ser definida como binária, ou seja, igual a 1 ou 0 (WOLSEY, 1998), e pode representar se uma atividade ocorre ou não. Programas inteiros não são tão fáceis de resolver em relação aos programas lineares, apesar de serem similar na forma. Programas inteiros podem ser resolvidos com um algoritmo de enumeração sistemático chamado *branch-and-bound*. Ao contrário dos métodos simplex ou interior point que usam direcional lógica de pesquisa, *branch-and-bound* enumera soluções viáveis. Para melhorar a velocidade e reduzir a probabilidade de enumerar todas as soluções possíveis, métodos heurísticos e cortes podem ser aplicados. Uma formulação com uma função objetivo não linear e/ou qualquer restrição não-linear é considerada um programa não linear (NLP). Variáveis podem assumir valores discretos e não negativos. Às vezes, o objetivo ou restrições não-lineares podem ser linearizados, transformando o problema em um programa linear. Essa transformação facilita a resolução do problema, mas aumenta o potencial de perda de precisão.

Quando todas as variáveis em um modelo são definidas como inteiras, a formulação é considerada programa inteiro puro; entretanto, programas inteiros podem incluir variáveis contínuas e/ou restrições não-lineares. Estas formulações combinadas são descritas como programas inteiros mistos (MIP) ou programas não lineares inteiros mistos (MINLP), respectivamente.

A complexidade de um modelo matemático pode ser classificada como P (Polinomial), considerados relativamente fáceis de resolver, ou NP (Não Polinomial). Os problemas de NP podem ser ainda classificados como problemas NP-completos ou NP-difíceis. NP problemas completos são todos os problemas que não são resolvidos por algoritmos tempo-polinomial conhecidos. Problemas difíceis de NP são tão difíceis ou mais difíceis de resolver do que qualquer problema NP. Em geral, esses problemas exigem algoritmos de tempo exponencial para determinar solução.

Engenheiros podem usar simulação para avaliar possíveis cenários sob incertezas complexas, por exemplo, múltiplas minas, requisitos complexos de mistura ou múltiplos processos. A simulação é frequentemente usada em uma configuração de programação de mina para determinar o tamanho da frota do equipamento com base nas rotas de transporte e requisitos de produção ou para dimensionar um equipamento baseado na densidade de um material e em taxas de produção. Técnicas de otimização também podem ser aplicadas para esse tipo de problema.

Quando os problemas são difíceis de expressar explicitamente ou determinar uma solução consome muito tempo, os métodos heurísticos podem fornecer soluções práticas e lógicas. Métodos heurísticos podem ser usados em conjunto com um algoritmo de otimização para auxiliar no fornecimento da solução que pode levar a uma convergência mais rápida.

### **3.4.1 Modelamento Matemático**

Segundo Barboza (2005), a Programação Matemática é o ramo da Pesquisa Operacional que trata de métodos de otimização (minimização ou maximização) de uma função objetivo com um número finito de variáveis de decisão sujeita a certas restrições utilizando técnicas e algoritmos para solucionar problemas modelados matematicamente.

Um modelo é um veículo para uma visão bem estruturada da realidade (Goldbarg & Luna, 2000) e ainda, para Magatão (2001), o papel dos modelos é configurar uma importante ferramenta de auxílio ao processo de tomada de decisões, ampliando a capacidade de percepção dos especialistas envolvidos, com o melhor aproveitamento possível dos componentes do processo industrial. A Figura 3.9 demonstra o processo de construção de um modelo.

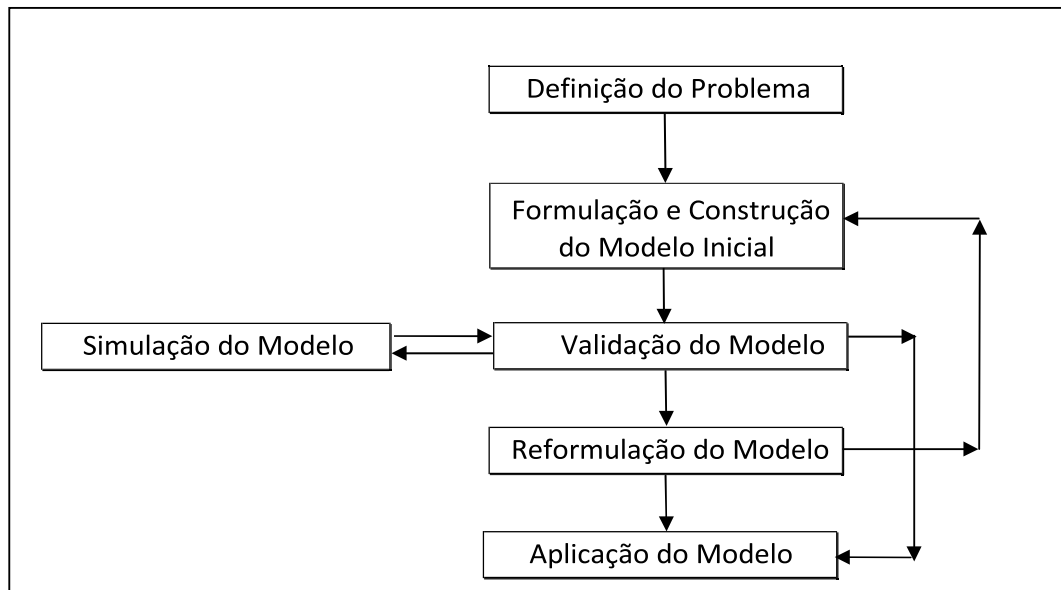


Figura 3.9: Processo de Construção de Modelos. (GOLDBARG e LUNA, 2000)

Seguindo a lógica apresentada na figura 3.9, as fases da construção de um modelo são:

- **1ª fase:** definição do problema e caracterização dos dados iniciais;
- **2ª fase:** formulação e construção do modelo por meio da definição das variáveis que serão utilizadas na representação matemática juntamente com o nível de agregação delas. Ocorre aqui também a definição das restrições do modelo e da função objetivo e, também, é feita a inclusão de parâmetros e constantes que definem e dimensionam as relações entre as variáveis avaliadas;
- **3ª fase:** a validação do modelo verifica se ele está retratando o problema real utilizando problemas com soluções conhecidas;
- **4ª fase:** na reformulação das soluções obtidas corrigidas as distorções apresentadas pelo modelo e novos testes de validação são realizados;
- **5ª fase:** aplicação do modelo quando ele for julgado como satisfatório.

Grande parte dos problemas científicos podem ser modelados como problemas de busca e otimização: basicamente, existe uma série de fatores influenciando o desempenho de um dado sistema que podem assumir um número limitado ou ilimitado de valores e podem estar sujeitos a certas restrições. O objetivo é encontrar a combinação de fatores que proporcione o melhor desempenho possível para o sistema em questão (TANOMARU, 1995). Existem diversos métodos de otimização. Tanomaru (1995) classifica-os em

métodos probabilísticos, numéricos e enumerativos. Há ainda muitos métodos híbridos. Os métodos probabilísticos empregam a ideia de busca probabilística. Os métodos numéricos podem ser divididos em analíticos ou baseados em cálculo numérico.

Existem muitos problemas de programação de produção (*scheduling*) que podem ser colocados como problemas de Programação Linear Inteira Mista, pois os modelos matemáticos de otimização correspondentes envolvem variáveis contínuas e discretas que devem satisfazer um conjunto de restrições lineares de igualdade e desigualdade (MORO, 2000).

A resolução para problemas de otimização linear inteira mista, entendida como a obtenção de uma solução ótima, pode ser difícil, pela sua natureza combinatória. Num primeiro contato com este tipo de problema, a abordagem seria a de resolver o problema para todas as combinações de variáveis inteiras utilizando a PL e extrair a solução como o menor valor da função objetivo (problemas de minimização). Porém, o número de combinações cresce exponencialmente com o número de variáveis binárias. Logo, para problemas práticos onde se tem muitas variáveis inteiras, esta abordagem é inviável. Uma alternativa seria a de relaxar as restrições de integralidade e tratar as variáveis inteiras como contínuas, mas não se tem a garantia de que, resolvendo o problema com esta relaxação, encontre-se uma solução com valores inteiros para as variáveis discretas (BARBOZA, 2005).

Importantes trabalhos ao longo da história da mineração envolveram a pesquisa operacional e a sua evolução (Brickey, 2015).

A maioria das primeiras pesquisas relacionadas a pesquisa operacional na mineração foram focadas em aplicações para minas a céu aberto, demonstrando grande progresso, mas não foram capazes de responder algumas questões. A maioria dos modelos iniciais eram específicos para determinado local/mina e careciam de um nível de generalidade que permitisse uma aplicação mais abrangente. Além disso, eles geralmente se concentravam em um aspecto específico das operações.

Usando programação linear, os pesquisadores determinaram cronogramas de produção ideais; entretanto, esses tipos de modelos matemáticos não permitiram o uso de variáveis

binárias de decisão que são necessárias para determinar a localização da planta ou atender necessidades precedentes.

Gershon (1982) formulou um modelo generalizado de otimização de programação de minas usando programação inteira, chamada *Mine Scheduling Optimization* (MSO). O modelo serve para todos os métodos de mineração a céu aberto e é aplicado com sucesso em operações cobre, carvão e cimento. O MSO maximiza o Valor Presente Líquido (VPL) e fornece planos ideais de longo prazo para cada operação.

Barbaro & Ramani (1986) desenvolvem um MIP generalizado que otimiza o programa de produção de várias minas ao selecionar os tipos de plantas de processamento e os locais necessários para atender demandas específicas do mercado. O modelo contém 32 variáveis contínuas e 10 inteiras. Enquanto este modelo acomoda as decisões associadas a uma mina de carvão onde a extensão e qualidade do depósito é conhecido com maior certeza, os resultados do modelo seriam difíceis de serem aplicados a uma mina de metal, em que as qualidades e quantidades do minério são mais complexas de prever.

Gershon menciona a expansão de seu modelo para incluir o planejamento de minas subterrâneas e lavra em tiras. No entanto, nem Gershon nem Barbaro & Ramani mencionam qualquer implementação de seus respectivos modelos em uma operação de mineração subterrânea.

Usando as minas Monte Isa e Cannington como estudos de caso, Trout (1995) implementou um programa misto inteiro para agendar atividades de extração de minério e de enchimento associadas a uma mina subterrânea. A formulação inclui quatro conjuntos de variáveis inteiras usados para definir o tempo, períodos de extração e de retroalimentação. Um quinto conjunto de variáveis inteiras indica o período durante o qual o *stope* é nulo, isto é, a extração já ocorreu, mas o preenchimento começou. A função objetivo maximiza o VPL e as restrições lineares incluem: duração da extração, duração do preenchimento, restrições de atividade, capacidade e precedência. O modelo de Trout consiste em aproximadamente 3500 variáveis e 7000 restrições, em comparação, os modelos de hoje possuem centenas de milhares de variáveis e milhões de restrições, o que explica e contribui para a incapacidade de determinar uma solução ideal para um modelo deste tamanho com poder computacional disponível. Para reduzir o número de variáveis, Trout (1995) aplica datas

de início precoces e tardias para extração de estocagem e retroalimentação, o que significa que as paradas são limitadas pelo período em que o material deve ser extraído, pode ser extraído, ou quando a extração deve ser concluída. Variáveis que indicam material que não pode ser minerado dentro de um determinado período não foram avaliadas, reduzindo assim o tamanho do modelo. Com as técnicas de redução de variáveis, Trout (1995) determina uma solução viável, mas não ideal, que fornece um aumento de 123% no VPL sobre a programação manual. O trabalho de Trout (1995) mostra o potencial das técnicas de pesquisa operacional aplicadas para programação de lavra subterrânea.

Kuchta et al. (2003) incorporam métodos de redução de variáveis em um esforço para melhorar a solução usando dados da Mina Kiruna da LKAB, localizada na Suécia. O modelo foca na alocação de máquinas para extração de minério com o objetivo de minimizar o desvio de alvo de produção desejada. Restrições incluem requisitos de produção e capacidades para tipos de minério diferentes, precedência vertical e horizontal e o número limite de equipamentos dentro de áreas específicas. Os autores reduzem o número de variáveis inteiras com o início precoce e tardio. Os inícios precoces avaliam apenas as variáveis que podem ocorrer em ou antes de um dado período, enquanto os inícios tardios garantem que uma atividade comece antes de um período especificado.

Usando uma mina de carvão subterrânea como estudo de caso, Sarin & West-Hansen (2005) desenvolveram um modelo complexo para determinar o VPL máximo, agendando grupos de equipamentos trabalhando em uma determinada seção da mina. Esta formulação inclui um nivelamento de produção linearizado, uma restrição que captura o desvio da qualidade do carvão entre períodos. A complexidade do problema torna difícil de resolvê-lo usando o algoritmo *branch-and-bound*.

McIsaac (2005) planejou uma mina subterrânea usando programação linear inteira mista para o desenvolvimento e a produção dentro de zonas individuais. McIsaac avalia duas funções objetivos: (i) maximizar o fluxo de caixa e (ii) minimizar o tempo de desenvolvimento. As restrições incluem limites superiores e inferiores na produção e desenvolvimento, bem como restrições em zonas individuais. O autor também coloca restrições de precedência nas várias atividades, por exemplo, o desenvolvimento de pré-produção deve ser concluído antes que o desenvolvimento da produção possa ter início. Uma restrição adicional determina que uma vez que uma atividade comece em uma zona,

ela deve ser concluída em períodos consecutivos. O autor usa o Xpress Solver da Frontline, um Excel add-on, para resolver o problema.

Um outro trabalho relevante foi o realizado por Nehring, Topal & Little (2010), onde um modelo clássico de programação linear inteira mista para o método *Sublevel Stope* é simplificado, reduzindo o tempo de solução sem alterar restrições e resultados, e testado, mas a sua função objetivo é relacionada ao retorno financeiro por ser um modelo voltado para planejamento de longo prazo.

#### 4. DESENVOLVIMENTO

Como discutido anteriormente, projetos de mineração somente são possíveis por meio de investimentos massivos. Os custos iniciais de capital são enormes, os custos de operação são altos e o risco é maior do que na maioria dos outros negócios. No entanto, quando gerenciados eficientemente, esses projetos podem se tornar muito lucrativos. Na ótica de alcançar a lucratividade, um planejamento eficaz é uma ferramenta essencial e poderosa para extrair o máximo de valor de um projeto. As atividades ao longo da vida da mina são planejadas em diferentes níveis de precisão e prazos, dependendo do estado do projeto.

A pesquisa operacional (OR) tem sido usada na mineração principalmente para os estágios de desenvolvimento e exploração. Os planejadores de minas devem tomar decisões sobre quando e como executar a extração de superfície e subterrânea. As decisões de extração consistem em determinar (1) como recuperar o material e (2) o que fazer com o material extraído. Como as máquinas são usadas para extrair o minério, decisões sobre qual tipo de máquina usar, quantas máquinas usar e como alocá-las também surgem.

Atualmente não há modelos adequados de otimização de programação de produção de minas subterrâneas disponíveis para aplicação na lavra por alargamento em subníveis, ou *Sublevel Stopping*, que sejam aplicados a minas de forma geral. Os softwares disponíveis são considerados inadequados para gerar cronogramas de produção verdadeiramente otimizados especialmente se tratando de curto prazo. Agendar a produção subterrânea para máximo retorno é, portanto, em grande parte, um processo manual. Grandes quantidades de tempo podem ser gastas pelo engenheiro de planejamento para agendar a produção para o máximo retorno sem a garantia de resultados verdadeiramente ótimos. Na maior parte, a abordagem atual adotada na geração manual de cronogramas de produção de minério com o objetivo de maximizar o VPL é selecionar a produção a partir do próximo ponto de fluxo de caixa mais alto disponível. As extensas comparações manuais necessárias para as várias possibilidades de programação para grandes operações estão além do que se pode razoavelmente esperar de um engenheiro de planejamento.

Um problema ainda maior é que ainda que quase toda a literatura e modelos já desenvolvidos para mina subterrânea tratam da otimização e programação de atividades com a visão de longo prazo. Para curto prazo a maioria dos modelos criados estão mais



envolvidos com a resolução de problemas em tempo real que são questões relacionadas ao despacho de frota. Logo uma programação de curto prazo ainda é uma questão manual.

O modelo que será apresentado teve trabalhos semelhantes usados como base, sendo um dos principais o trabalho de Gamache & Campeau (2016) onde uma mina que usa os métodos *Cut and Fill* e *Long Hole Stope* tem verificada a possibilidade de realizar tanto o plano de médio prazo como sua subdivisão no curto prazo juntamente com a alocação de recursos.

#### **4.1. Metodologia**

A metodologia aplicada teve como intenção principal simplificar o problema inicialmente apresentado, considerando apenas as operações de lavra e desenvolvimento. Atividades como ventilação (*raises*, por exemplo) que são necessárias para existência de uma mina não foram consideradas para o modelo, logo, cabe imaginar que elas seriam desenvolvidas paralelamente por empresas terceirizadas e, por isso, não serão consideradas em momento algum. Uma mina de ouro fictícia foi criada usando o software Deswik com o desenho de uma mina mais próxima da realidade possível. Dando continuidade ao design da mina, foi realizado o seu sequenciamento e os recursos dimensionados.

Para garantir a simplificação do problema a mina criada terá exclusivamente a extração do minério pelo método de *Sublevel Stopping*, além disso, o acesso a mina será realizado através de uma rampa principal. A mina da Figura 4.1 é considerada como base para a mina final utilizada.

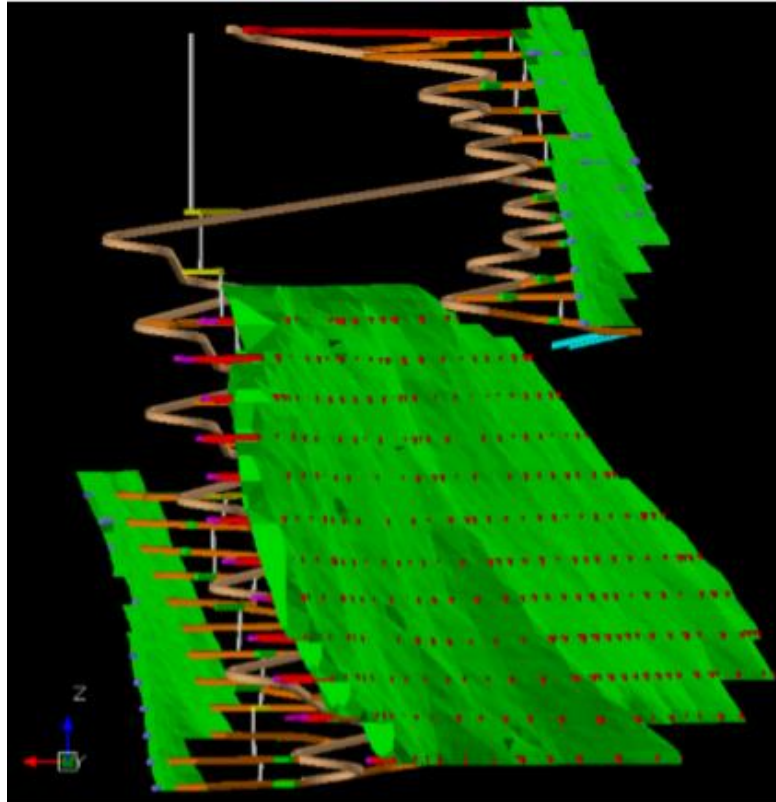


Figura 4.1: Design base de uma mina subterrânea usando o método Sublevel Stopping.

(Fonte: Deswik.)

Em um segundo momento, fazendo uso da mina projetada, foi desenvolvido um modelo matemático que foi testado com o CPLEX Solver.

O modelo apresentado neste trabalho tem a intenção de garantir um melhor sequenciamento de minas subterrâneas, usando para teste uma mina subterrânea de ouro fictícia. Aborda-se esse problema particularmente usando uma combinação de variáveis inteiras e contínuas para criar o cronograma de atividades. Utiliza-se vários períodos para testar a viabilidade do modelo para longo, médio e curto prazos, sendo que para longo prazo o período determinado é maior que um ano; para medio prazo periodos menores que um ano e maiores que um mês; e, para curto prazo, períodos menores que um mês, usaremos aqui particularmente o período de um dia.

A idéia aqui usada é a de reagrupar todas as atividades diferentes que ocorrem em um local sob uma única variável (variáveis contínuas) buscando reduzir o tamanho do problema. Cada local onde as atividades de extração são planejadas é chamado frente e recebe um número de índice  $f$  e cada semana durante o período de planejamento recebe um índice  $t$ .

Níveis e tipos de equipamentos também recebem um número de índice. Cada frente tem um parâmetro de destino, correspondente à tonelagem total da frente, se a extração foi planejada neste local, e, será zero, se nenhuma extração foi planejada.

Os softwares utilizados no trabalho foram o Deswik e o CPLEX Solver. O Deswik é um pacote de softwares de planejamento e projeto de minas disponível comercialmente que pode exibir visualmente os *layouts* de atividades tridimensionalmente ou um cronograma de produção de mina no formato de gráfico de Gantt. O programa possui inumeros recursos e extensões acopladas muito uteis para minas subterrâneas e minas a céu aberto. Os recursos mais usados foram os módulos Deswik.CAD, Deswik.SO, Deswik.IS e Deswik.SCHED. O recurso “Leveling” que será usado para comparação com o modelo está dentro do Deswik.SCHED. Entre outros tipos de modelo, o CPLEX (IBM ILOG CPLEX Optimizer), é capaz de resolver problemas de programação de números inteiros, lineares e inteiros mistos usando o método simplex, tanto primitivo quanto duplo, e o método do ponto interior. O software também emprega uma variedade de métodos de heurística e pré-processamento proprietário.

#### 4.2. A mina subterrânea proposta

A mina desenhada e sequenciada neste trabalho usou parâmetros e taxas comuns para minas subterrâneas que usam o mesmo método de lavra e extraem o mesmo material. O design final da mina que será usado como base para todo o trabalho pode ser visto na Figura 4.2.

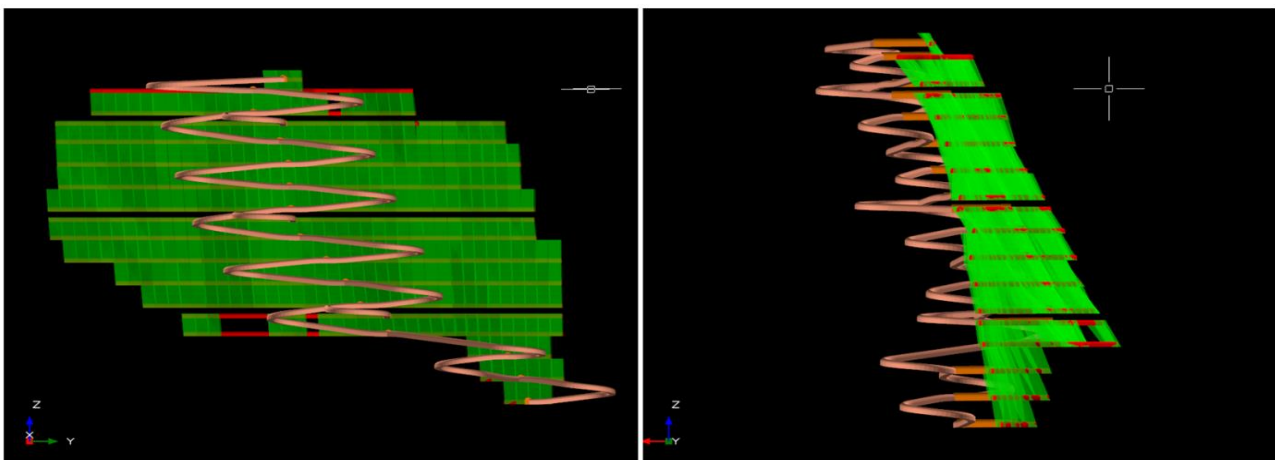


Figura 4.2: Design final usado como base para testes a partir do modelo criado.

A movimentação total da mina, em toneladas, e sua respectiva separação entre desenvolvimento e lavra está discriminada no gráfico apresentado na Figura 4.3. A Tabela 4.1, por sua vez, apresenta o desenvolvimento total que será realizado ao longo dos anos, e também distingue esse desenvolvimento em rampa, travessa e galeria de minério que são as três categorias de desenvolvimento presentes na mina que serão avaliados no trabalho.

Tabela 4.1: Desenvolvimento total realizado anualmente discriminado por tipo.

Tipo de Desenvolvimento	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	TOTAL
Galeria de Minério (m)	646.13	1,030.54	1,011.76	796.87	811.55	812.34	22.62	-	-	5,131.80
Travessa (m)	155.11	113.71	81.97	147.73	115.96	75.49	-	-	-	689.97
Rampa (m)	673.55	456.59	717.90	461.07	512.39	289.65	-	-	-	3,111.16
<b>Desenvolvimento Total (m)</b>	<b>1,474.79</b>	<b>1,600.83</b>	<b>1,811.64</b>	<b>1,405.67</b>	<b>1,439.91</b>	<b>1,177.47</b>	<b>22.62</b>	-	-	<b>8,932.93</b>

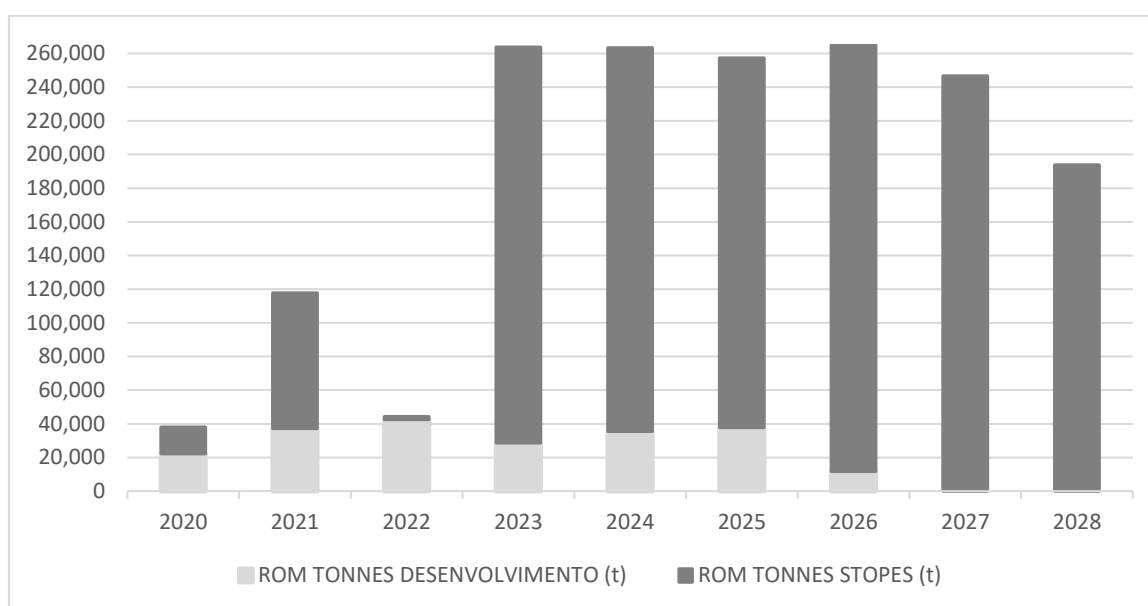


Figura 4.3: Gráfico de movimentação anual de massa da mina, em toneladas.

Para o presente projeto a diluição operacional considerada foi de 10% e a recuperação esperada de 95%.

A aplicação do método de lavra *Sublevel Stopping*, de um modo geral, assumiu os seguintes critérios:

- Altura do painel: 75 metros;
- Número de subníveis: 4, sendo 3 subníveis de 20 metros e 1 subnível de 15 metros;

- Largura mínima dos realces: 4 metros;
- Ângulo de mergulho mínimo do minério:  $50^\circ$ ;
- Comprimento no strike: máximo de 15 metros;
- Dimensão dos *sill pillars*: 5 metros entre painéis.

Os principais acessos são ilustrados nas figuras 4.4 e 4.5. São eles:

- Rampa: tem a inclinação máxima de 15% e é o principal acesso da superfície para a mina e seção de 6x6 metros. Está posicionada na lapa do minério a uma distância média de 40 metros do minério;
- Travessas: são os desenvolvimentos que conectam a rampa às galerias de minério, sua seção é de 5x5 metros;
- Galerias de minério: são os únicos desenvolvimentos feitos dentro do minério e são utilizados para acessar e transportar o minério lavrado, sua seção é de 5x5 metros.

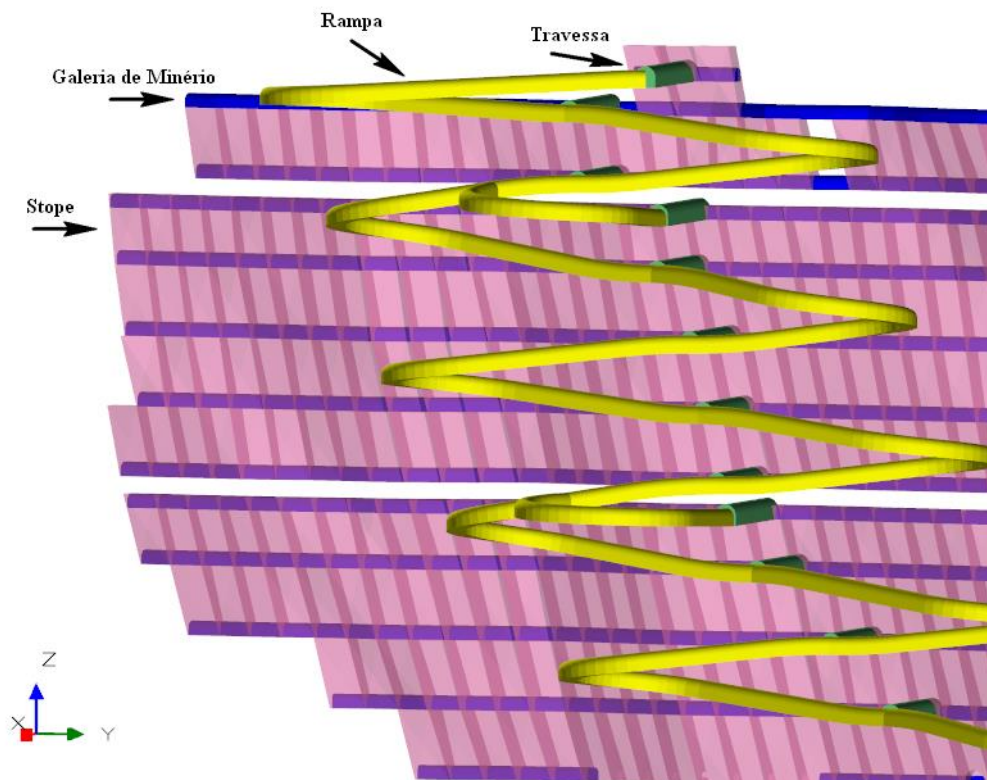


Figura 4.4: Design da mina com nomes para referência.

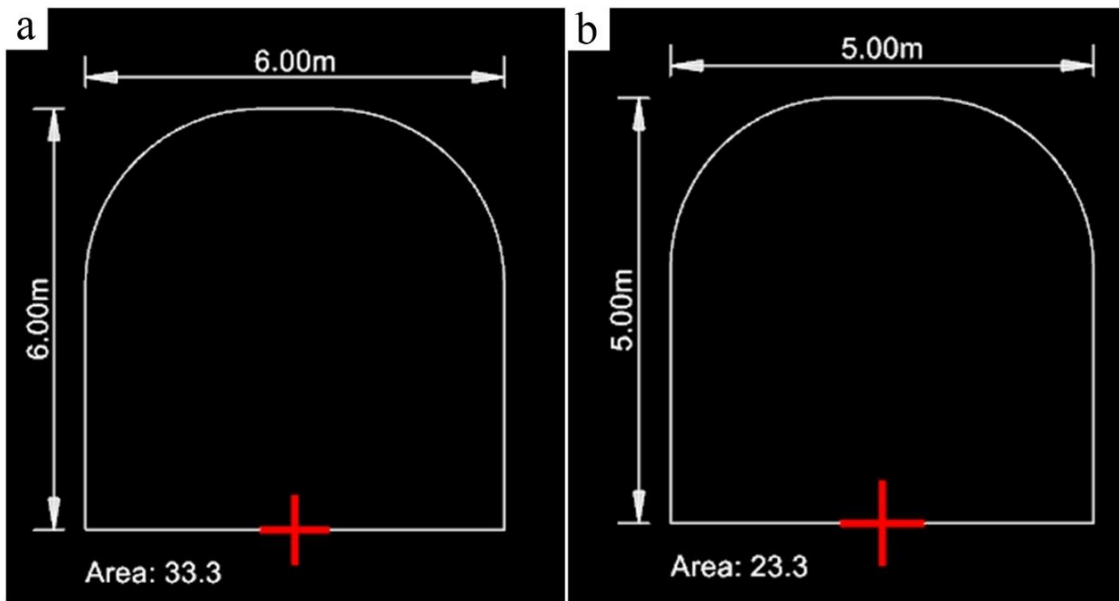


Figura 4.5: Seções de desenvolvimento usadas no trabalho. Em a) temos a seção da rampa de 6x6 metros e em b) a seção das travessas e galerias de minério de 5x5 metros.

O calendário de operação considerado foi de 365 dias por ano, 3 turnos de 8 horas por dia, sendo 6 horas efetivas de trabalho, e as 2 horas restantes destinadas para deslocamento interno, troca em vestiário, refeição etc.

O sequenciamento da mina foi desenvolvido utilizando a lógica fim-início, em que a tarefa predecessora deve ser finalizada antes que a sucessora possa iniciar. O desenvolvimento no minério dos níveis inferiores e superiores devem ser finalizados antes da produção dos realces. Os realces são lavrados da extremidade para o ponto de acesso no centro e o enchimento é feito pelo nível superior, ou seja, considerando a lavra de um painel, deve-se começar do subnível mais inferior para os mais superiores. A Figura 4.6 ilustra a lavra do Nível 2.

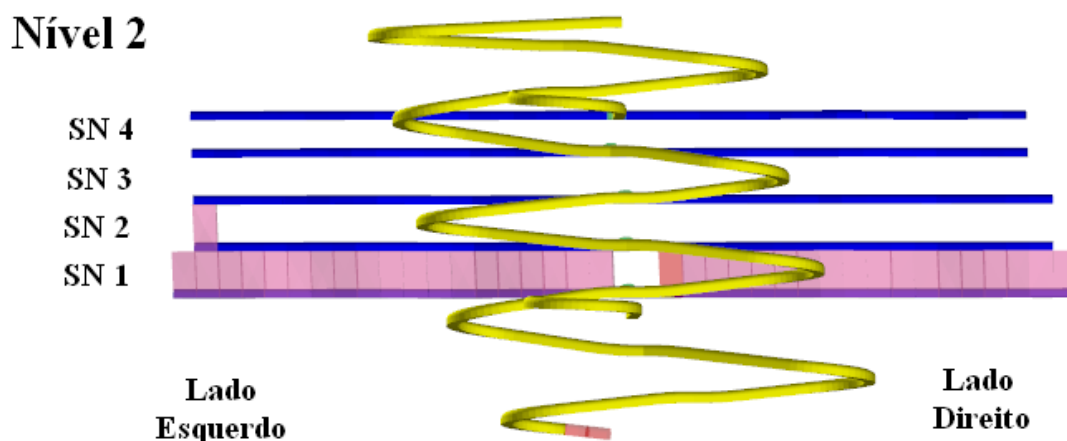


Figura 4.6: Painel do Nível 2 e suas dependências.

A figura 4.6 mostra a lavra do nível 2 e suas dependências, evidenciando que para que um *stope* seja extraído é necessário que seja realizado o desenvolvimento do seu nível superior e inferior. Além disso, como o enchimento é realizado pela galeria de minério acima do *stope* é importante ressaltar que em um painel o subnível de cima só pode ser lavrado quando o subnível de baixo estiver sido extraído. Ou seja, como pode ser visto na figura 4.6, o subnível SN2 estava sendo extraído do lado esquerdo, enquanto ainda estava ocorrendo o enchimento do último subnível do lado direito, já que essas operações não são dependentes entre si.

Para o sequenciamento da mina algumas taxas de produção foram estabelecidas e podem ser observadas na Tabela 4.2. Essas taxas são similares a valores praticados em minas subterrâneas de ouro que usam o método *Sublevel Stopping*.

Tabela 4.2: Parâmetros de produção da mina.

Atividade	Taxas	Unidade
Desenvolvimento Anual	1,500.00	m/ano
ROM Minério	20,000.00	t/mês
Desenvolvimento Rampa	60.00	m/mês
Desenvolvimento Travessa	40.00	m/mês
Desenvolvimento Galeria de Minério	50.00	m/mês

Para alcançar os parâmetros de produção da mina acima, foram dimensionados os equipamentos necessários tanto para lavra quanto para o desenvolvimento o que pode ser visto na Tabela 4.3. Para o desenvolvimento da rampa, que apresenta a maior taxa de desenvolvimento, seria necessária uma média de 4,5 turnos/fogo o que é totalmente possível considerando tanto as taxas apresentadas na tabela 4.2 quanto os equipamentos dimensionados (Tabela 4.3).

Tabela 4.3: Equipamentos dimensionados para a operação da mina.

<b>Equipamento</b>	<b>Produtividade</b>	<b>Disponibilidade Mecânica</b>	<b>Utilização</b>	<b>Quantidade</b>
Caminhão - 30 t	60 t/h	80%	70%	<b>4</b>
<i>Fandril</i>	15 m/h	80%	70%	<b>2</b>
Jumbo	86 m/h	75%	70%	<b>3</b>
LHD Desenvolvimento	200 t/h	83%	70%	<b>1</b>
LHD Lavra	220 t/h	83%	70%	<b>2</b>
<i>Robolt*</i>	7 tirantes/h	75%	50%	<b>1</b>
<i>Scaler*</i>	3 m/h	65%	50%	<b>1</b>

\*A aplicação de tirantes também pode ser feita com jumbo. O abatimento de choco, por sua vez, pode ser feito com jumbo e, também, manualmente.

### **4.3. Modelo matemático**

O modelo matemático utilizou como base o modelo proposto por Gamache & Campeau (2016) em seu *trabalho* “*Short term planning optimization model for underground mines*” com as alterações devidas feitas para que o modelo se adaptasse a mina projetada. As mudanças estão relacionadas a métodos de lavra diferentes nos dois projetos e diferença de complexidade entre as minas.

#### **4.3.1. Objetivo**

O principal objetivo do modelo é a garantia da produção programada. Desse modo, procura-se maximizar a massa extraída nas frentes que estão no plano de curto prazo



buscando garantir a aderência ao que está programado:

$$\text{Max } \sum_{f \in F^i} \sum_{t \in T^i} \text{Objetivo}^m \quad (4.1)$$

- **Índices**

Os índices no presente modelo são os itens que representam vários elementos de uma mesma natureza considerados relevantes ou necessários para o funcionamento dele. Assim os índices determinados aqui com suas devidas abreviações são:

- Tempo =  $Ti$
- Frentes =  $Fi$
- Níveis =  $Ni$
- Equipamentos =  $Ei$

- **Grupos**

Os grupos assemelham-se aos índices, no entanto representam os conjuntos dentro dos índices. Os grupos definidos como necessários para o bom funcionamento do modelo são:

- Conjunto de frentes localizadas em um nível =  ${}^f_n \mathcal{E}$
- Conjunto de frentes que precedem uma frente =  ${}^f_f \mathcal{E}$
- Conjunto de frentes que estão programadas para produção =  ${}^f_{Mf} \mathcal{E}$
- Conjunto de frentes onde o *rockfill* é requerido =  ${}^f_R \mathcal{E}$

- **Parâmetros**

Os parâmetros utilizados foram definidos segundo as necessidades do modelo que se relacionam, além dos índices, também ao objetivo principal que é a produção.

- Número de horas de trabalho disponíveis por período de tempo =  $H$
- Equipes que executam uma atividade disponíveis em um período de tempo  $t = S^{st}$
- Horas de trabalho necessárias para um tipo de equipe  $s$  finalizar uma frente  $f = H^{sf}$
- Horas de trabalho necessárias para a operação de *rockfill* em uma frente =  $H^{fr}$

- Massa de minério em uma frente f:  $M^f$
- Fração da frente f que pertence a  $f_p \in = Qi^f$
- Parametro binário que indica a necessidade de rockfill da frente =  $R^f$
- Densidade do material na frente f:  $D^f$ , em kg/t
- Diluição esperada na frente f:  $Di^f$ , em %
- Extração máxima possível para a mina em um periodo de tempo t:  $P_{max}^t$
- Extração máxima possível para um nivel n em um periodo de tempo t:  $P_n^t$
- Extração máxima possível para uma frente f em um periodo de tempo t:  $P_f^{max}$
- Extração mínima para uma frente f em um periodo de tempo t se ativa:  $P_f^{min}$
- Objetivo produtivo para uma frente f = **Objetivo<sup>m</sup>**, que será “ $M^f$ ” para frentes dentro da programação e “0” para frentes não programadas

- **Variáveis**

As variáveis do modelo são as informações do modelo que podem variar dentro de um determinado intervalo sendo possível assumir diversos valores ou termos:

- Percentual de trabalho realizado em uma frente f no tempo t =  $f_t c$
- Variável binária indicando realização de trabalho na frente f no tempo t =  $f_t \chi$
- Massa de material restante na frente f para o período t =  $f_t M_r$
- Percentual do *rockfill* finalizado na frente f para o período t =  $f_t R_{\%}$
- Variável binária indicando realização de *rockfill* na frente f no tempo t =  $f_t \eta$

- **Restrições**

Algumas equações são necessárias e fundamentais para garantir que os parâmetros e as variáveis respeitem e garantam a sua coexistência em um mesmo modelo. As equações de restrição utilizadas no modelo são:

$$\sum_{f \in Fi} f_t c H^{sf} \leq HS^{st}, \quad \forall e, t \quad (4.2)$$

$$\sum_{t \in Ti} f_t c \leq 1 \quad \forall f \quad (4.3)$$

$$\sum_{f \in Fi} f_t c Di^f M^f \leq Pmax^t \quad \forall t \quad (4.4)$$

$$\sum_{e \in Ei} f_t c Di^f M^f \leq Pn^t \quad \forall t, n \quad (4.5)$$

$$\sum_{f \in Fi} f_t c H^{sf} + f_t R_{\%} H^{fr} + \sum_{f \in Fi} f'_t c H^{sf'} + f'_t R_{\%} H^{f'r} \leq H \quad \forall f, t, f' \in f_F \varepsilon \quad (4.6)$$

$$f_t c M^f - f_t \chi P_f^{max} \leq 0 \quad \forall t, n \quad (4.7)$$

$$f_t c M^f - f_t \chi P_f^{min} \geq 0 \quad \forall t, n \quad (4.8)$$

$$f_1 M_r = M_f \quad \forall f, t = 1 \quad (4.9)$$

$$f_t M_r - (t-1) f_t M_r + (t-1) f_t c M^f = 0 \quad \forall n, \frac{t}{1} \quad (4.10)$$

$$f_t \chi M^{f'} Qi^{f'} + f'_t M_r - f'_t c M^{f'} \leq M^{f'} \quad \forall f, t, f' \in f_F \varepsilon \quad (4.11)$$

$$f_t \eta - f_t R_{\%} \geq 0 \quad \forall f, t \quad (4.12)$$

$$\sum_{f \in Fi} f_t R_{\%} H^{fr} \leq H \quad \forall t \quad (4.13)$$

$$f_t \eta M^f + f_t M_r - f_t c M^f \leq M^f \quad \forall f \in f_R \varepsilon, t \quad (4.14)$$

$$f_t \chi - \sum_{i=1}^t f'_i R_{\%} \leq 0 \quad \forall f, t, f' \in f_F \varepsilon \cap f_R \varepsilon \quad (4.15)$$

$$0 \leq f_t c, f_t R_{\%} \leq 1 \quad (4.16)$$

$${}^f_t M_r \geq 0 \quad (4.17)$$

$${}^f_t \eta, {}^f_t R_{\%} \in \{0,1\} \quad (4.18)$$

As restrições 4.2 asseguram que, para cada período de tempo, as equipes não podem trabalhar mais do que o número de horas em um período de tempo. Enquanto que a restrição 4.3 garante que as frentes só possam ser escavadas uma vez. As restrições em 4.4 e em 4.5 limitam a quantidade de minério extraída na mina, em todos os níveis. Os limites de tonelage para a mina são diretamente ligados aos equipamentos disponíveis para sua produção e sua disponibilidade, já os limites nos níveis podem ser causados pela ventilação ou por um espaço de trabalho limitado. A restrição 4.6 limita o tempo gasto em uma frente e sua predecessora à quantidade de horas possíveis de trabalho em um período. Essas restrições se justificam pois o trabalho em um predecessor e seu sucessor é permitido em um único período, contanto que o predecessor seja concluído no final do período. O efeito dessas restrições é garantir que o trabalho no sucessor seja feito após a escavação do predecessor e não simultaneamente.

As restrições 4.7 e 4.8 limitam a extração de minério para cada local com um limite inferior e superior. O limite inferior  $P_f^{\min}$  é baseado na quantidade de trabalho necessária para um desmonte, já que enviar uma equipe para menos de um desmonte foi considerado impraticável. O limite superior,  $P_f^{\max}$ , é o equivalente a 14 desmontes, considerando possível duas detonações por nível em um dia e sete dias úteis em uma semana. As restrições em 4.9 e 4.10 asseguram que a variável de massa restante em uma frente represente a tonelage deixada em cada local no início de um período de tempo. A restrição na função 4.11 assegura que a precedência é respeitada e a restrição na função 4.12 liga as variáveis relacionadas ao rockfill. A restrição em 4.13 limita a capacidade de enchimento de retorno para cada período de tempo. A restrição 4.14 assegura que o enchimento posterior só pode começar quando a extração estiver concluída e, finalmente, a 4.15 assegura que a extração de um local só possa ser iniciada se o seu antecessor for preenchido.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os testes realizados para a mina descrita serão aqui divididos em algumas etapas buscando garantir uma melhor compreensão dos procedimentos realizados e dos resultados obtidos.

### 5.1. Análises da Mina: Gargalo Operacional

O cenário base da mina aqui considerado é o cenário ótimo criado com os equipamentos dimensionados e discutidos no Capítulo 4. O primeiro teste, usando o cenário base, foi para definir o equipamento que é o principal gargalo da operação na mina. Isso foi realizado utilizando o recurso “*Leveling*” no Deswik.Sched. Os cenários simulados foram:

- *Cenário Base*;
- *Cenário 1*: cenário semelhante ao cenário base, mas com um jumbo a menos;
- *Cenário 2*: cenário semelhante ao cenário base, mas com dois jumbos a menos;
- *Cenário 3*: cenário semelhante ao cenário base, mas com um jumbo e uma LHD a menos – considere aqui uma LHD para lavra e uma para desenvolvimento para as restantes;
- *Cenário 4*: cenário semelhante ao cenário base, mas com um *fandrill* a menos;
- *Cenário 5*: cenário semelhante ao cenário base, mas com uma LHD de lavra a menos;
- *Cenário 6*: cenário semelhante ao cenário base, mas sem o *robot*.

Os gráficos das figuras 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5 e 5.6 mostram a movimentação da mina segmentada em desenvolvimento e lavra para cada um dos cenários simulados na ordem apresentada, evidenciando os impactos referentes a cada equipamento.

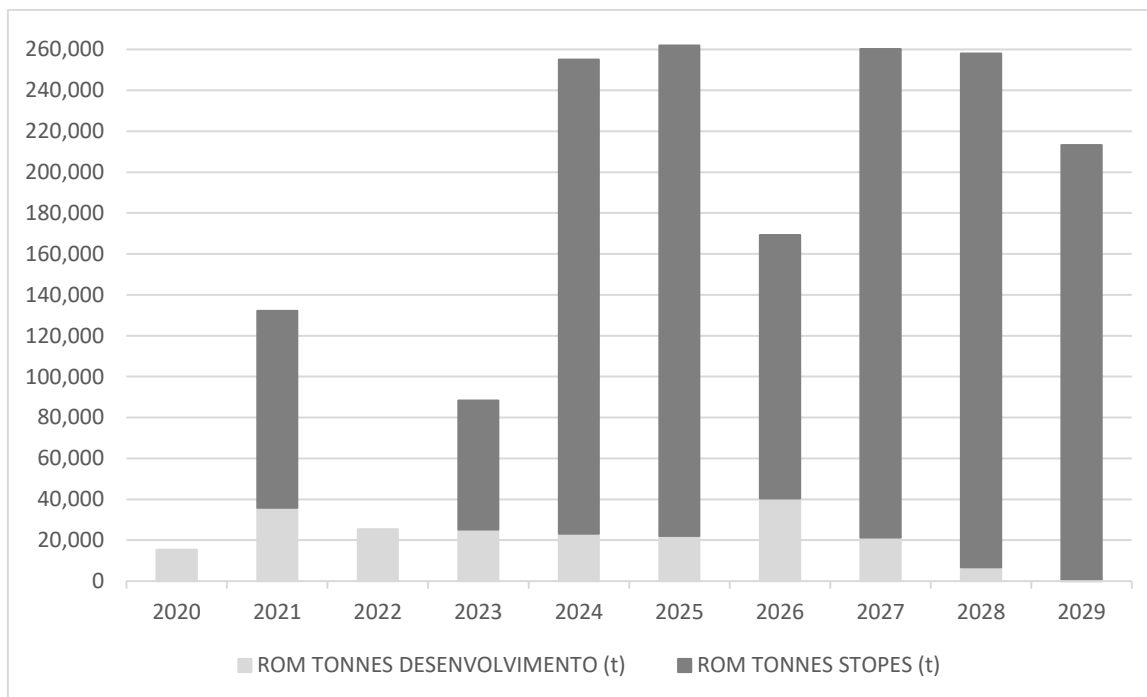


Figura 5.1: Movimentação de massa na mina para o Cenário 1, isto é, cenário base com um jumbo a menos.

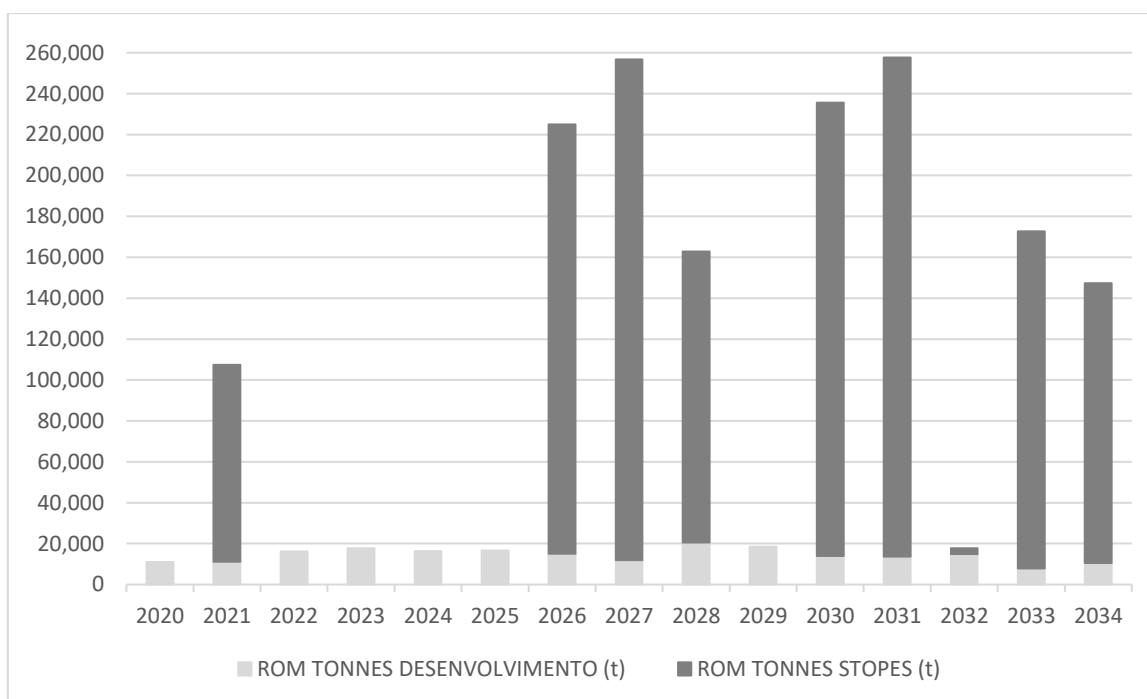


Figura 5.2: Movimentação de massa na mina para o Cenário 2, isto é, cenário base com dois jumbos a menos.

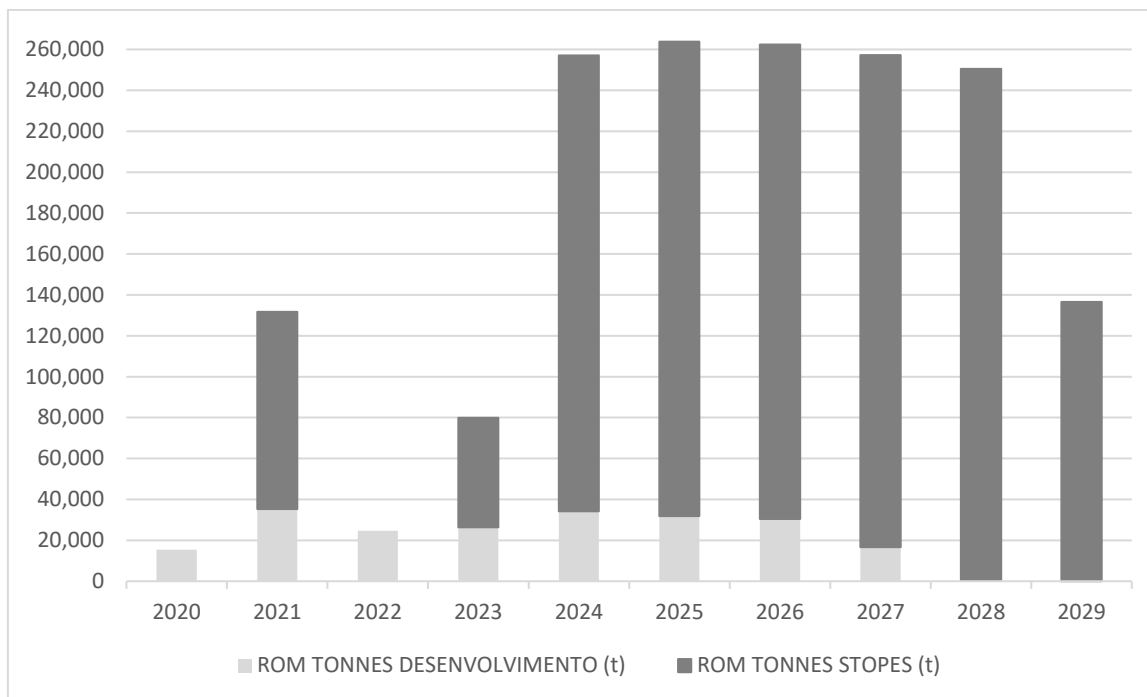


Figura 5.3: Movimentação de massa na mina para o Cenário 3, isto é, cenário base com um jumbo e uma LHD a menos.

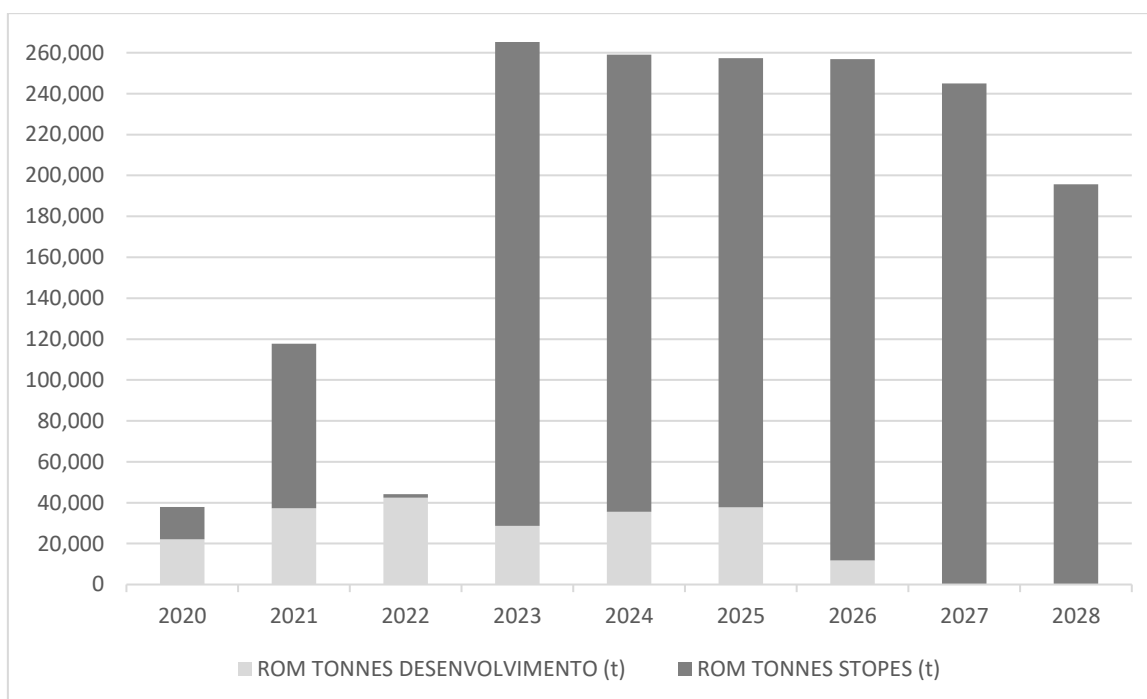


Figura 5.4: Movimentação de massa na mina para o Cenário 4, isto é, cenário base com um *fandrill* a menos.

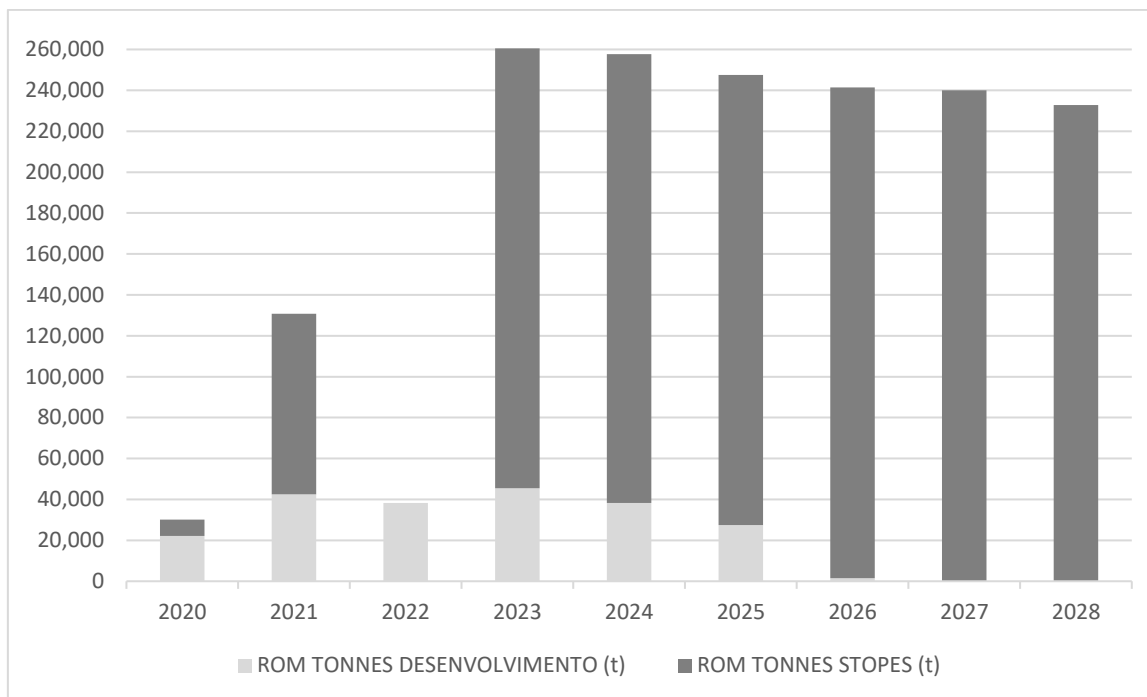


Figura 5.5: Movimentação de massa na mina para o Cenário 1, isto é, cenário base com uma LHD de lavra a menos.

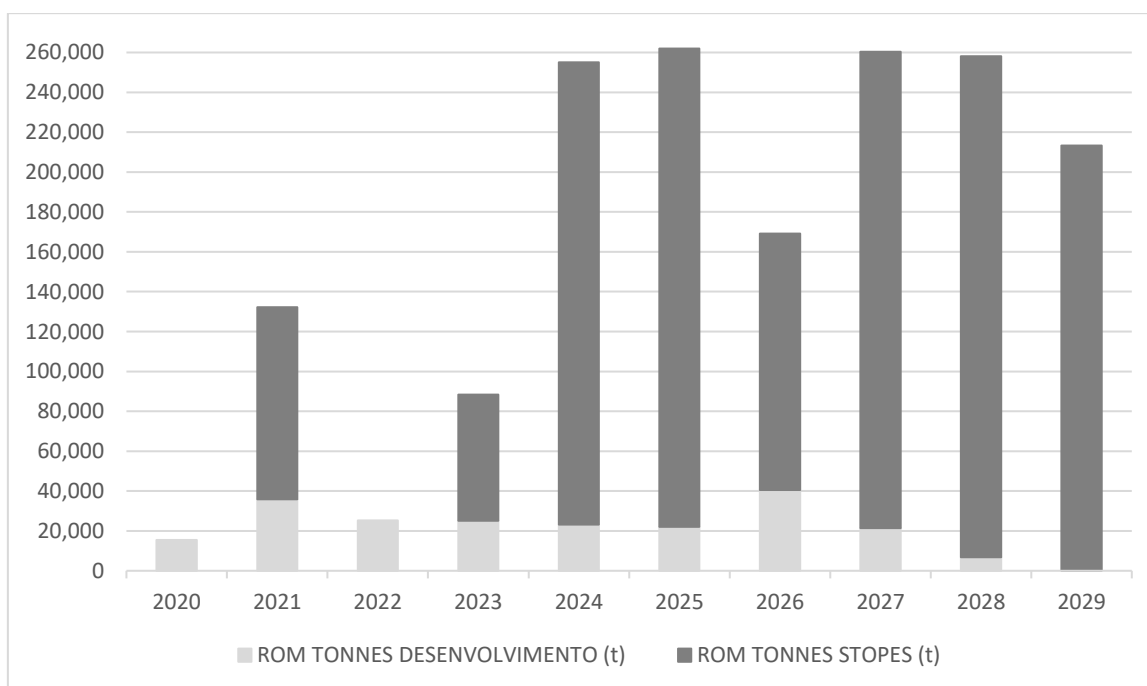


Figura 5.6: Movimentação de massa na mina para o Cenário 6, isto é, cenário base sem o *robolt*.

Os resultados evidenciam que mudanças na produção ocorrem com variações nos equipamentos, como esperado. Fica evidente, portanto, que as entregas da mina são mais



afetadas com a ausência de jumbos ou do *robolt* – no caso do *robolt*, isso ocorre porque quando não o equipamento é ausente ele é “substituído” por um jumbo. A ausência da LHD para a lavra, por exemplo, diminui a produção apenas limitando a produção anual, mas o tempo de vida da mina não chega a sofrer alterações.

Isso pode ser explicado pela alta necessidade do desenvolvimento constante para garantia das entregas de produção, já que é uma mina muito pequena com uma curta longevidade. Além disso, toda a produção necessita da rampa para ocorrer uma vez que é o principal e único acesso as galerias de minério e, também, a superfície

A Figura 5.7 mostra a curva de produção para cada um dos oito cenários discutidos durante toda a vida da mina. O que pode ser observado é que nos três primeiros anos a produção não varia com as mudanças nos equipamentos, já que essa produção é muito baixa. A partir do ano de 2023 já pode-se observar as mudanças decorridas das variações de cada cenário. É interessante avaliar que o cenário 4 e o cenário 5 são os que mais se aproximam do cenário base, mostrando que a ausência de um *fandril* ou uma LHD a menos no máximo limita a produção da mina anual, mas mantém o valor muito próximo daquele praticado pelo cenário ótimo.

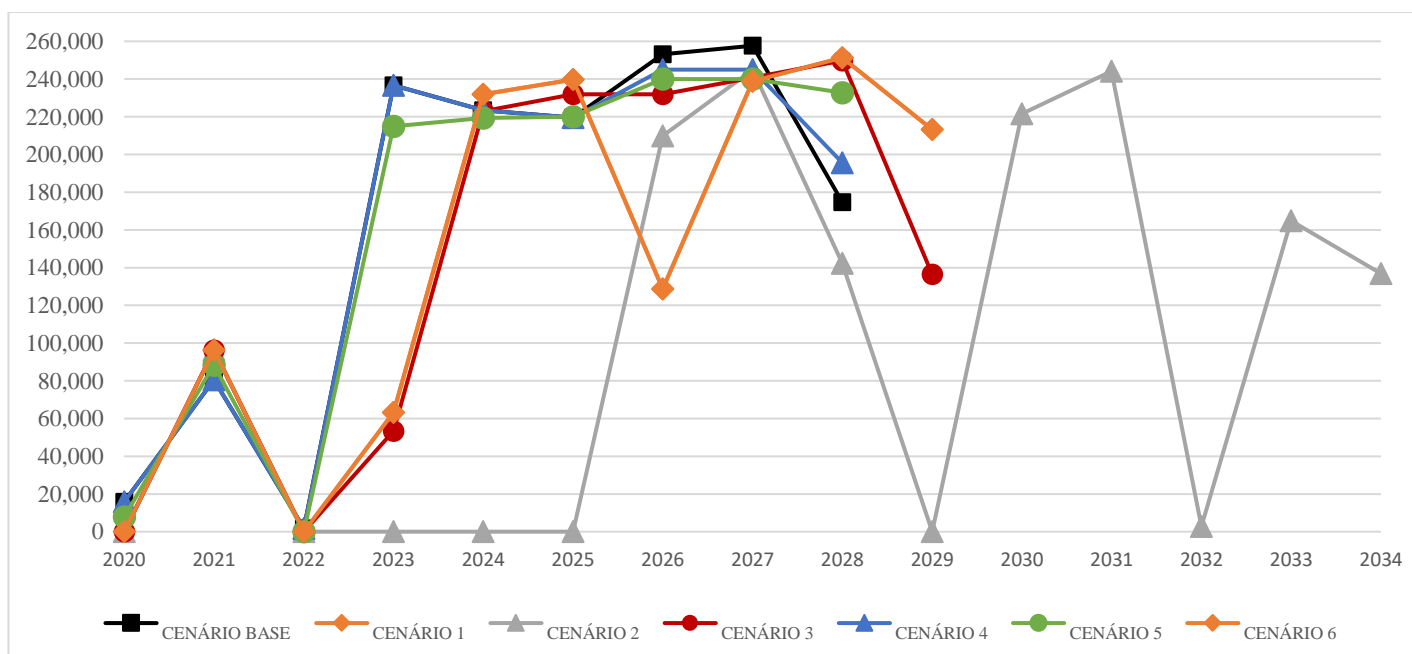


Figura 5.7: Produção anual para os cenários aqui descritos e avaliados.

Sendo assim, pode-se concluir que o equipamento que pode ser considerado o maior gargalo para a produção da mina é o jumbo.

## 5.2. Leveling vs. CPLEX Solver

Para garantir uma boa funcionalidade para longo, médio e curto prazos os dois recursos foram comparados, primeiramente para toda a vida da mina. Em um segundo momento, para avaliar o médio prazo, foi utilizado o ano de 2024 e para avaliar o curto prazo foram utilizadas as doze primeiras semanas do ano de 2024. A escolha do ano se deve ao fim do “*ramp up*” no ano de 2023.

- **Longo prazo**

Considera-se aqui o planejamento de longo prazo da mina qualquer período maior que um ano até alcançar todo o período de vida da mina. O programa utilizado para rodar o modelo foi o CPLEX Solver e para o modelo criado e a mina descrita o maior cronograma solucionado foi para uma programação de 365 dias, ou seja, 12 meses. Sendo assim não há uma resposta do modelo para esse nível de programação e a melhor resposta do *Leveling* foi a resposta usada como cenário ótimo para a mina, ela pode ser vista na figura 5.8 que compara os máximos de produção simulada segundo os objetivos propostos.

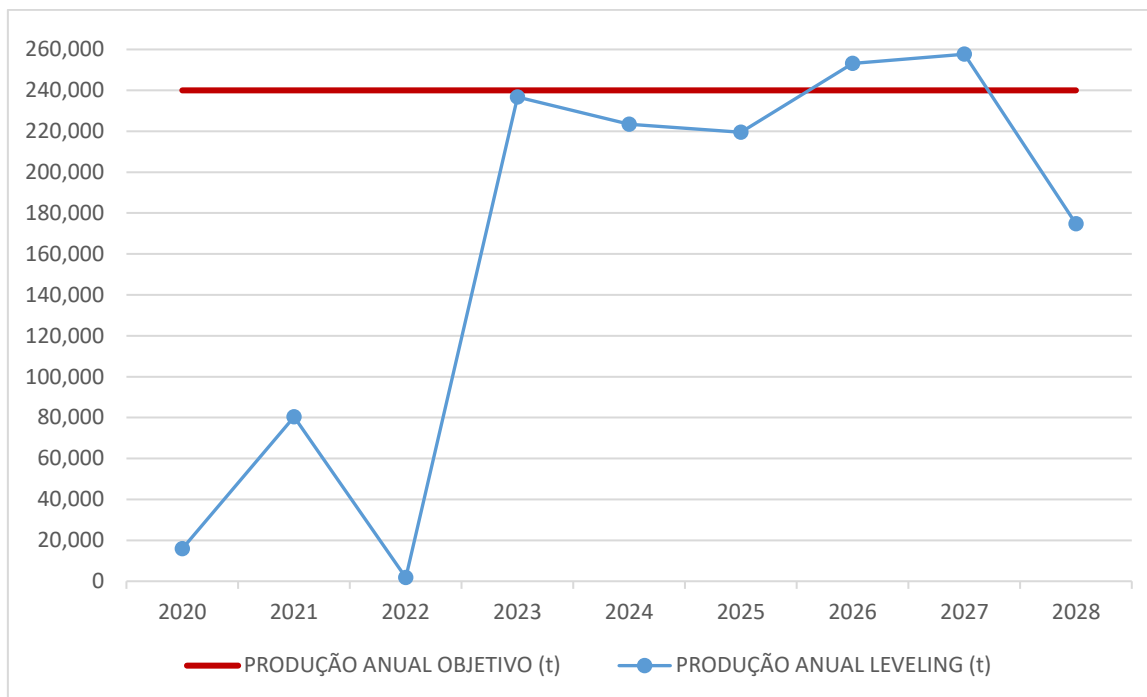


Figura 5.8: Produção anual da mina, em toneladas, objetivo e resultado do Leveling.

- **Médio Prazo**

Já para o médio prazo o software de otimização (CPLEX Solver) forneceu uma resposta que foi comparada a aquela obtida com a utilização do “*Leveling*”. Como pode ser observado no gráfico da figura 5.9, o modelo de fato apresenta um resultado que potencializa a produção da mina, respeitando as restrições impostas aos equipamentos.

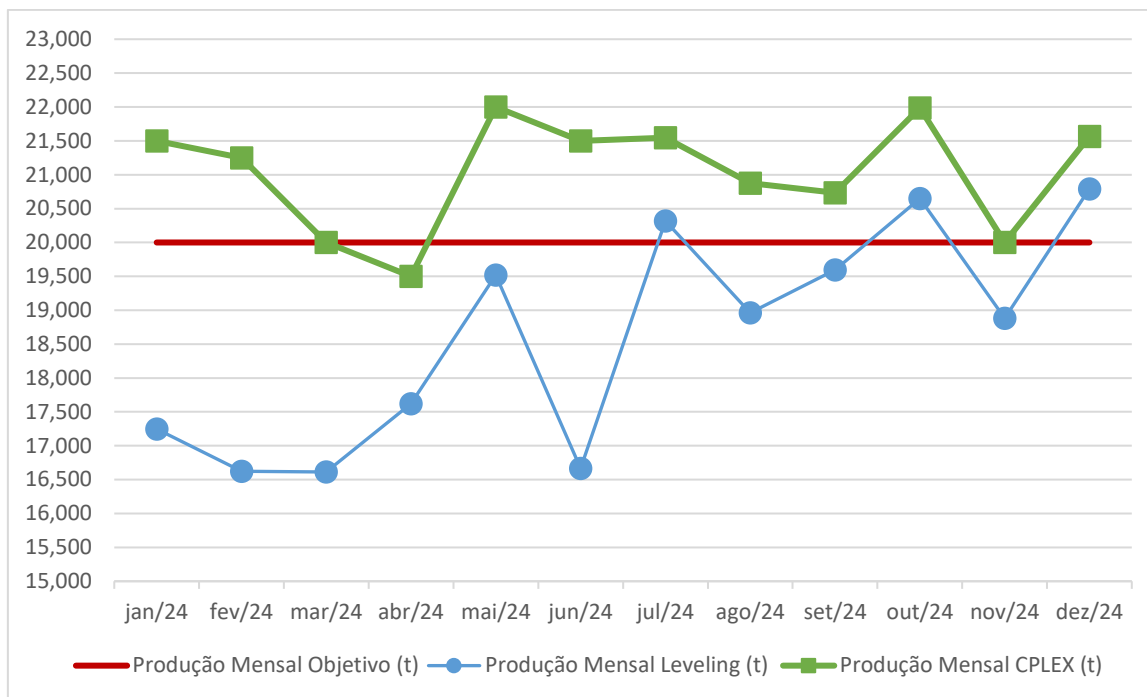


Figura 5.9: Produção mensal da mina, em toneladas, comparando objetivo, resultado do *Leveling* e resultado do CPLEX Solver.

Os comparativos mostram que o modelo além de garantir e validar o planejamento realizado utilizando o software Deswik, ainda conseguiu potencializá-lo respeitando as limitações impostas pelas condições do planejamento da mina em uma visão de médio prazo.

Os gráficos das figuras 5.10 e 5.11 mostram que, também, a metragem de desenvolvimento foi atendida superando os valores propostos e a produção de ouro em onças também apresentou valores superiores ao planejado, respectivamente.

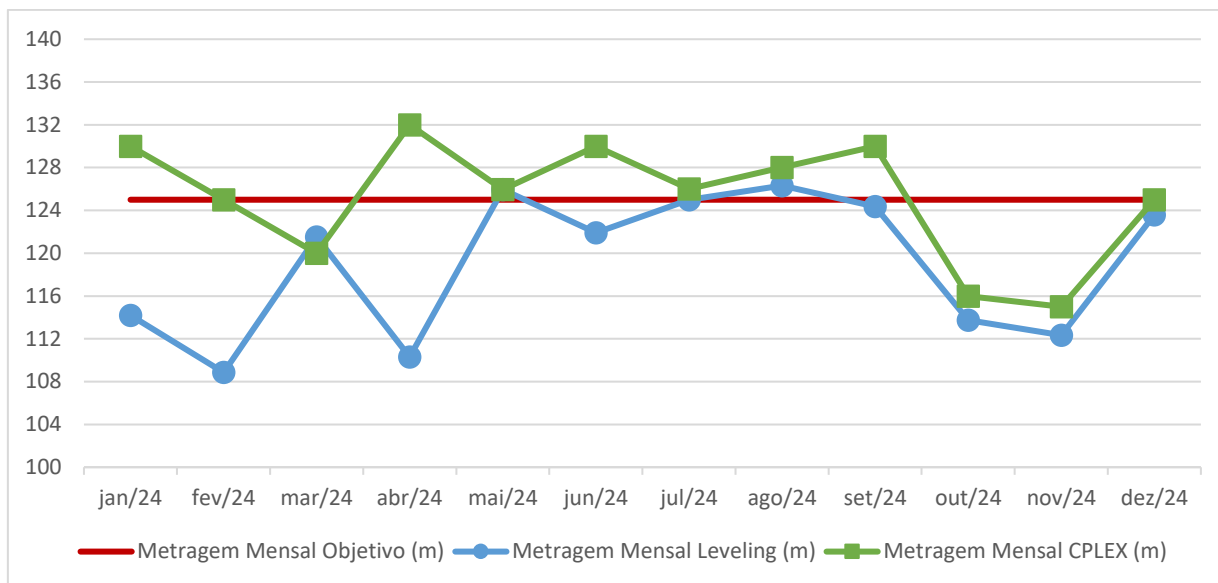


Figura 5.10: Desenvolvimento mensal da mina, em metros, comparando objetivo, resultado do Leveling e resultado do CPLEX Solver.

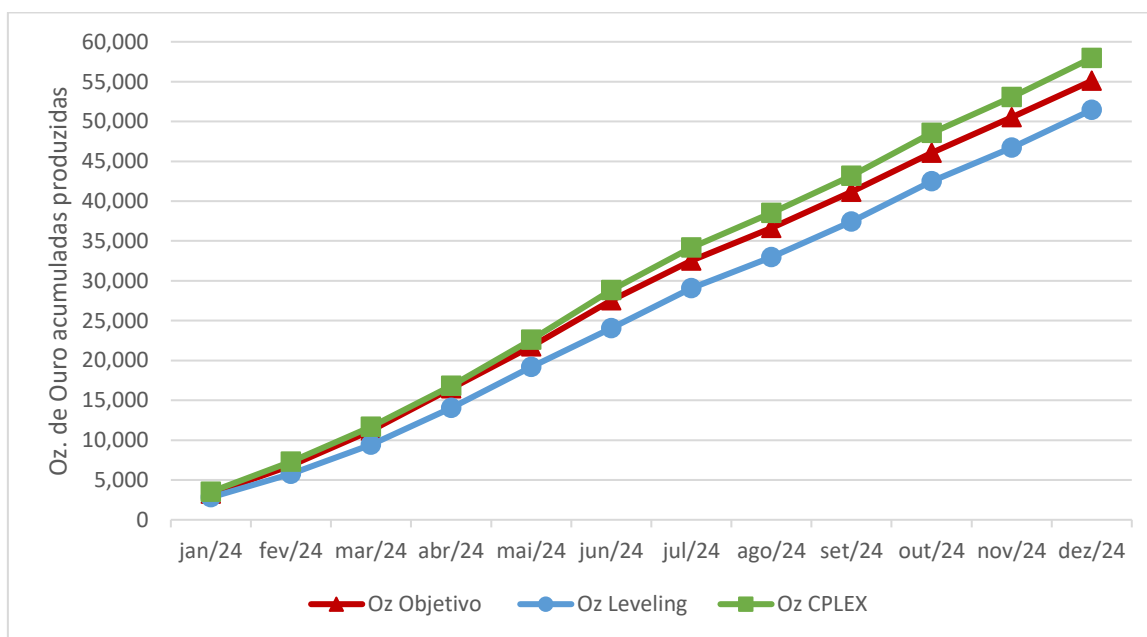


Figura 5.11: Produção de ouro mensal acumulada, em onças, comparando objetivo, resultado do Leveling e resultado do CPLEX Solver.

- **Curto Prazo**

Deve-se ressaltar que o *Leveling* não é um recurso indicado para uso em planejamento de Curto Prazo e está sendo aqui usado a penas a título de comparação. Levando isso em consideração, os resultados a seguir mostram que esse recurso se apoia no objetivo dado e

tenta entregá-lo o mais rápido possível o que explica as altas produções diárias no início do mês e a produção nula ao final (indicando que o objetivo daquele mês foi alcançado prematuramente).

O CPLEX Solver simulou o objetivo mensal tanto da forma integral (objetivo de entrega mensal) quanto da forma diária entregando resultados praticamente idênticos e bem distribuídos ao longo dos dias e das semanas. Portanto, para uma programação de curto prazo, o uso do modelo é valido já que ele se provou eficiente e capaz de otimizar a programação de uma mina.

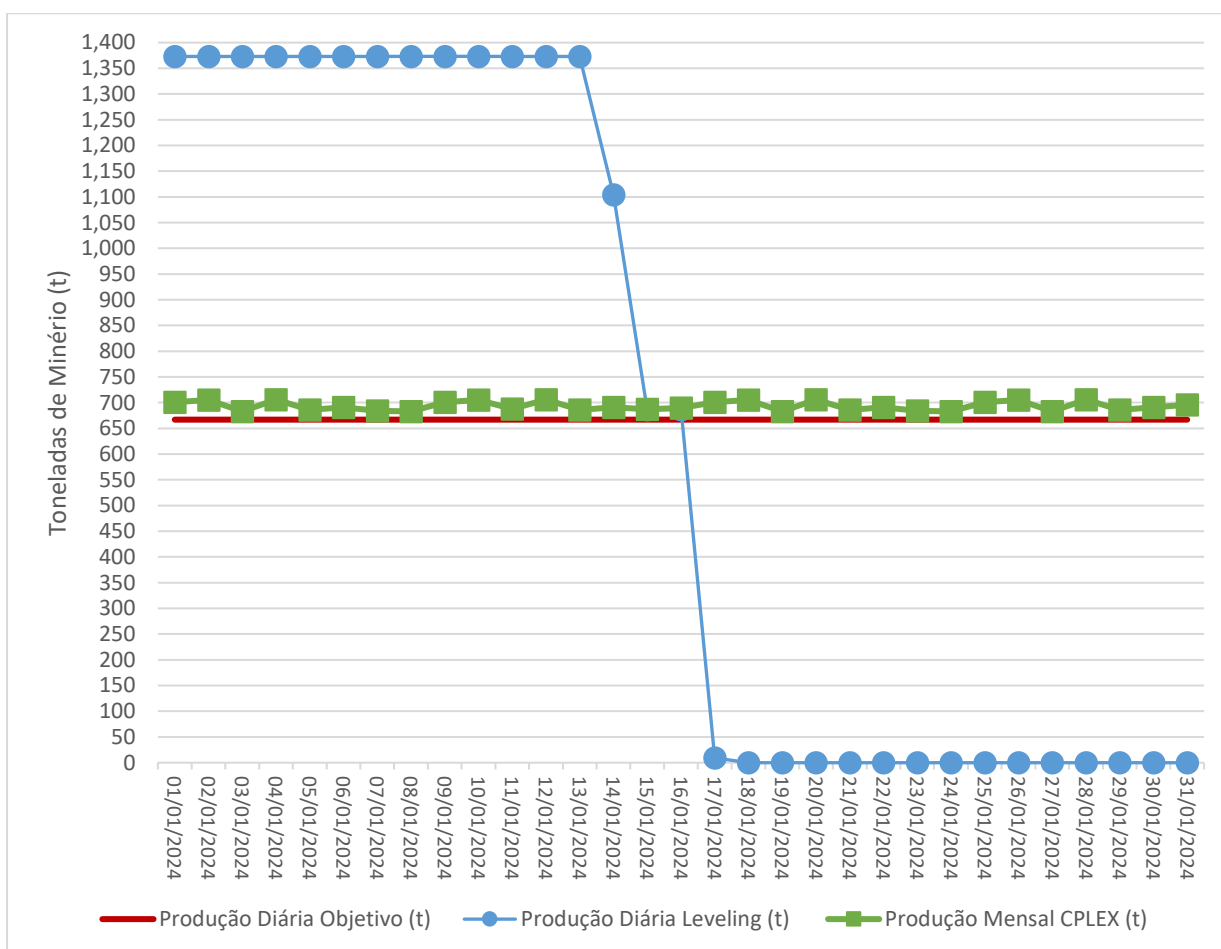


Figura 5.12: Produção diária da mina, em toneladas, comparando objetivo, resultado do Leveling e resultado do CPLEX Solver.

## 6. CONCLUSÕES

O modelo testado no trabalho foi baseado no trabalho de Gamache & Campeau (2016). Além de modificar o modelo para adaptá-lo ao método de lavra e condições da mina proposta, verificou-se a possibilidade de expansão da sua aplicação para cenários de grandes períodos o que não foi possível.

Na comparação do modelo com um outro recurso já consolidado e muito usado no mercado, “Leveling” do Deswik, o modelo é realmente mostrou-se viável para aplicações de curto prazo em minas subterrâneas de ouro trazendo um ganho evidente de produção. Além disso ele também se mostrou eficaz para cenários de médio prazo onde não apenas validou o plano feito no Deswik com resultados superiores.

Um outro ponto abordado no trabalho foi a determinação de gargalos operacionais utilizando do *Leveling*, ou seja, alterando os equipamentos da mina foi verificado como a produção se comportaria. Essa análise mostrou que o jumbo, principal equipamento da frota do desenvolvimento, é o grande gargalo operacional do projeto desenvolvido

### 6.1. Trabalhos Futuros

A Pesquisa Operacional ainda é uma área muito pouco explorada dentro da indústria da mineração e é difícil limitar os benefícios que ela pode trazer para a área. Levando isso em consideração e observando o potencial de beneficiar a evolução da programação de minas subterrâneas algumas ideias baseadas no trabalho aqui apresentado podem ser interessantes de ser aplicadas.

Com relação aos testes realizados com o modelo sugere-se os seguintes passos no futuro:

- Testar o modelo em outro software ou solver para novamente tentar validá-lo para um cenário de Longo Prazo, sugestão: OMP Solver;
- Comparar os resultados de Curto Prazo do modelo com outros recursos já usados na indústria que sejam mais indicados para esse nível de detalhe de produção que o Leveling.

Com relação a formulação do modelo sugere-se:

- Testar o modelo em minas com corpos e métodos de lavra diferentes;
- Agregar atividades de *backfill* às atividades de extração;
- Agregar e desagregar atividades para testar o que causará no modelo;
- Incorporar restrições de ventilação;
- Testar o modelo em minas maiores e mais complexas.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAMS, M. D. Gold Ore Processing: Project Development and Operations. Elsevier. Singapoure, 2016.

ALBANESE, T.; MCGAGH, J. Future Trends in Mining. In: Mining Engineering Handbook, Vol. 3, H. L. Hartman, ed., Chapter 1.3, 3rd Edition 2011, Society of Mining, Metallurgy and Exploration, Littleton, CO, pp. 21-36.

ALVES, T. Como a busca da qualidade em produtos evoluiu para o conceito da Excelência em Gestão, a partir de uma visão sistêmica do negócio – 15 anos da Qualidade no Brasil. Revista Classe Mundial, São Paulo, edição especial, 2006.

BARBARO, R. W.; RAMANI, R. V. Generalized multiperiod MIP model for production scheduling and processing facilities selection and location. Mining Engineering, 38(2): 107–114, 1986.

BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed variables programming problems. Numerische Mathematik, 4(1):238–252, 1962.

BELEGUNDU, A. D.; CHANDRUPATLA, T. R. Optimization Concepts and Applications in Engineering (2nd Edition). Cambridge University Press, 2011.

BRICKEY, A. J. Underground Production Scheduling Optimization with Ventilation Constraints. Golden, Colorado, EUA. Colorado School of Mines. 2015. 93 p. (Dissertação, Doutorado, “*Mining and Earth Systems Engineering*”).

CAMUS, P. J. Management of Mineral Resources: Creating Value in the Mining Business. SME. Littleton, Colorado, 2002, 107 p.

CARLYLE, W. M.; EAVES, B. C. Underground planning at Stillwater Mining Company. Interfaces 31(4) 50–60. 2001.

CRAWFORD, G. Mine Optimization and Operations Research. In: Pincock Perspectives Article, 2003.

GANTT, H. L. Work, Wages, and Profits. In: Hive Publishing Company, Easton, Pennsylvania, 1974.

GERMANI, D. J. A mineração no Brasil. Relatório final ao PNUD. Rio de Janeiro, 2002.

GERSHON, M. A linear programming approach to mine scheduling optimization. In 17th International APCOM Symposium Proceedings, pages 483–493, 1982.

HAMRIN, H. Guide to underground mining methods and applications. Atlas Copco. 1980.

HARTMAN, H. L. Pit Planning and Design. In: Mining Engineering - Introductory, John Wiley & Sons, ed., Chapter 5.2, 1987, the University of Alabama, Tuscaloosa, Alabama, pp. 154-159.

HARTMAN, H. L.; MUTMANSKY, J. M. Introductory Mining Engineering. John Wiley and Sons, New York, p. 323. 2002.

HUSTRULID, W. A. Underground Mining Methods Handbook, AIME. 1982.

HUSTRULID, W. A.; BULLOCK, R. L. Underground Mining Methods: Engineering Fundamentals and International Case Studies. SME, Littleton, CO, 3–14.

IBM. IBM ILOG CPLEX Optimization Studio v12.9. IBM Corporation, 2019.

JOHNSON, T. B. Optimum open pit mine production scheduling. Technical report, California University - Berkeley, Operations Research Center, 1968.

KUTCHA, M.; NEWMAN, A. M.; TOPAL, E. Production scheduling at LKAB's Kiruna Mine using mixed-integer programming. Mining Engineering, 55(4):35–40, 2003.

LERCHS, H; GROSSMANN, I. F. Optimum design of open-pit mines. Transactions CIM, 58:47–54, 1965.

MARTINEZ, M. A; NEWMAN, A. M. A solution approach for optimizing long- and short-term production scheduling at LKAB's Kiruna mine. European Journal of Operational Research 211:1, 184-197

McISAAC, G. Long-term planning of an underground mine using mixed-integer linear programming. CIM Bulletin, 98(1089):1–6, 2005.

NEHRING, M.; TOPAL, E.; LITTLE, J. A new mathematical programming model for production schedule optimization in underground mining operations. Journal of the South African Institute of Mining & Metallurgy, 110(8):437, 2010.

NILSSON, D. Surface vs. Underground Methods. In: Mining Engineering Handbook, Vol. 2, H. L. Hartman, ed., Chapter 23.2, 2nd Edition, 1992, Society of Mining, Metallurgy and Exploration, Littleton, CO, pp. 2058-2069.

OAKLAND, J. S. Gerenciamento da Qualidade Total, TQM.2. ed. São Paulo: AMPUB Comercial Ltda., 1994.

PAKALNIS, R. T.; HUGHES, P. B. Sublevel Stoping. Em: H. L. Hartman, Mining Engineering Handbook. Littleton, CO, 3ª edição, Society of Mining, Metallurgy and Exploration. 3ª edição. 2011, pp. 1356-1365.

RARDIN, R. L. Optimization in Operations Research. Prentice Hall, 1997

SARIN, S. C.; WEST-HANSEN, J. The long-term mine production scheduling problem. IIE Transactions, 37(2):109–121, 2005.

SHINOBE, A. Economics of Underground Conversion. In: thesis submitted to the Faculty of Graduate Studies and Research in fulfillment of requirements for the Degree of Master of Engineering, McGill University, Montreal, Canada, 1997.

SILVA, J. M. 2010. Lavra Subterrânea. PPGEM/UFOP.

SILVA, N. C. S. Metodologia de Planejamento Estratégico de Lavra Incorporando Riscos e Incertezas para a Obtenção de Resultados Operacionais. São Paulo. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2008, 118 p. (Dissertação, Doutorado, Engenharia Mineral).

SILVEIRA, T.; GIRODO, A. C. Métodos e equipamentos de mineração com vistas à melhoria da produtividade. IV Congresso Brasileiro de Mineração, 1991.

SCOBLE, M.J.; MOSS, A. Dilution in underground mining: Implications for production management, Mineral Resource Evaluation II: Methods and Case Histories. Geological Society Publishing House. 1994; 79:95-108.

TROUT, L. P. Underground mine production scheduling using mixed integer programming. In 25th International APCOM Symposium Proceedings, pages 395–400, 1995.